第3卷第6期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.3 No.6
2002年12月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Dec.2002

分形压缩编码算法的改进

李正朝[1]， 冯有前[2]
（1. 解放军外国语学院，河南 洛阳 471003;2. 空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800）

摘　要:在分析总结分形理论的基础上,提出了一种将小波变换压缩编码与迭代函数系统(IFS)分形编码相结合的图象压缩方法。研究结果表明,与一般的分形图象编码方法相比,运算时间下降而压缩比提高.

关键词:小波变换；分形;迭代函数系统
中图分类号:TN823　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009－3516(2002)06－0068－03

在现实世界中,几何形体大致可分为两类：一类是规则、光滑的,可以由直线段、平面片或小六面体来逼近,研究这一范畴的学科即为传统几何学；另一类的自然形态是不光滑、不规则的,具有精细的结构或自相似特征,但不能用传统的几何语言描述,我们称之为分形[1]。分形是一种局部与整体之间存在的某种相似的形,它揭示了分形认识论的哲学基础:系统的每一元素都在一定程度上体现着系统整体的信息和特征——自相似性,也即所研究的对象,当空间尺度(或时间尺度)改变后,其结构特征不变,只是原来的放大或缩小,整体为局部的无穷嵌套。

基于分形的自相似性和尺度变化无限性,分形图像压缩是寻求一幅图像中的一组分形,这组分形可以重构成或描述原整幅图像,图像分形编码的基本思想就是发现图像的简洁分形码。由此,这组分形找到后,只保留它就可以很好地恢复原图,从而达到数据压缩的目的。由于分形变换编码仅需要存储非常少的数据和公式,所以往往可以得到很大的压缩比。

1　分形图像压缩理论基础

分形图像压缩的理论基础是迭代函数系统IFS定理、收缩映射定理和拼贴定理。

1.1　迭代函数系统

用一个数学系统去研究构造一大类存在于自然界的具有自相似性、标度不变性结构的分形,最成功的是迭代函数系统IFS(Iterated Function System)。现实世界中的图像集合引入Hausdorff度量,使其形成一个完备的度量空间,它的每个一幅图像,又是欧氏空间的一个紧子集。一个迭代函数系统由一个完备的度量空间和其上的一组收缩映射组成。

仿射变换就是一种实现几何变换的公式,它可以按比例放大或缩小图形,使图形旋转或位移,有时甚至于使图形产生畸变。一个变换 $\bar{\omega}:R^2\to R^2$ 的形式为

$$\omega\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}$$

其中:a,b,c,d,e,f 均为实数,则称 $\bar{\omega}$ 为二维仿射变换,这是一种最广泛的线性变换。事实上,任何图形都可以通过一系列仿射变换重新绘制出来,关键在于选择什么样的仿射变换。

定理1(收缩映射)[2]　设(X,d)是一个距离空间,对于映射 $\omega:X\to X$,若存在一个系数 $s(0\leqslant s<1)$,使得

收稿日期:2002－03－05
作者简介:李正朝(1956－),男,河南洛阳人,副教授,主要从事小波理论及其应用研究；
冯有前(1960－),男,陕西富平人,教授,博士,主要从事小波理论及其应用研究.

对所有 $x,y\in X$ 有下式成立:$d(\bar{\omega}(x),\bar{\omega}(y))\leqslant sd(x,y)$则称 $\bar{\omega}$为收缩映射。s 称为 $\bar{\omega}$的收缩因子。

收缩映射定理告诉我们[3],函数空间中的每一个收敛映射都有一个固定点,使函数空间中的每一个点经过这个收缩映射的连续作用后.形成的点列收敛于这个固定点。

迭代函数系是完备度量空间(X,d)上的一组有限的收缩映射 $\bar{\omega}_n:X\to X,n=1,2,\cdots,N$;每个收缩映射 $\bar{\omega}_n$ 的收缩因子是 S_n。此处双曲的概念就是指变换为收缩的,一般地用收缩仿射变换来表示这些变换,则有 IFS 的形式为收缩仿射变换在数学意义上具有收敛性质,其变换结果最终将趋于稳定。实际上分形图可以理解为一组收缩仿射变换所确定的不动点集,即一个 IFS 的吸引子。迭代函数系统定理指出,每个迭代函数系统都可以构成函数空间中的一个收缩映射。于是,每个迭代函数系统都决定一幅图像。

1.2 拼帖定理

给定一幅图像,能否找到一个迭代函数系统,而使这个系统正好能决定给定的图像? 这个问题由拼贴定理给出了回答:存在一个迭代函数系统$\{X;\bar{\omega}_0,\bar{\omega}_1,\cdots,\bar{\omega}_N\}$其吸引子 A 近似于或相似于一个给定的集合 L。也就是说对于一幅任意给定的有限边界的图形,总可以找到一组变换$\{\bar{\omega}_0,\bar{\omega}_1,\cdots,\bar{\omega}_N\}$,使得给定集合 L 在这组变换下的图象的并或拼帖近似于给定的集合 L。

定理 2　设 X 为完整的度量空间,f: $X\to X$ 为压缩映射,那么对于任意 $x\in X$,存在唯一的 $xf\in X$,满足 $xf=f(xf)==\lim fon(x)$ $(n->\infty)$,fon 表示映射 f 的 n 次迭代,则 xf 称为不变集或 f 的吸引子不动点。由于 xf 是一个固定点,因此 $xf=\bar{\omega}(xf)=\bar{\omega}_1(xf)U\bar{\omega}_2(xf)\cdots U\bar{\omega}_n(xf)$。此定理说明可以通过寻找一组压缩变换 $\bar{\omega}_1,\bar{\omega}_2,\cdots,\bar{\omega}_n$来编码一个分形图像,即一个分形图像 x 可以由它的几个部分 $\bar{\omega}_1(xf)U\bar{\omega}_2(xf)\cdots U\bar{\omega}_n(xf)$来覆盖。而对于任意一个图像 x,$\bar{\omega}(x)$与 x 的关系可由拼贴定理来说明。

定理 3(拼贴定理)[4]　设 X 为完整的度量空间,f: $X\to X$ 为压缩映射,$xf\in X$ 为其不变集,那么对于任意 $x\in X$,有 $d(x,xf)\leqslant d(x,f(x))/(1-S)$,此定理说明 x 的 $\bar{\omega}_n(xf)$覆盖与 x 越接近,则固定点 xf 与 x 越接近。因此,通过寻找一组压缩变换 $\bar{\omega}_1,\bar{\omega}_2,\cdots,\bar{\omega}_n$可近似表达源图像。

拼贴定理告诉我们[4]:给定一幅图像 I,可以选择 N 个收缩映射,这幅图像经过 N 个变换得到 N 个象集.每个象集都是一块小图像。如果这 N 个小图像拼贴起来的图像与图像 I 之间的距离任意小,则这 N 个收缩映射构成的迭代函数系统所决定的图像就任意地接近图像 I。这就告诉了我们寻找迭代函数系统的方法。

2　分形压缩编码

分形图像压缩算法的实现步骤:

1)构造分类块(Range)集合与范畴块(Domain)池[5]。将源图像分割成若干互不重叠的分类块(Range 块)和若干互相重叠的范畴块(Domain 块),每一 Range 块均为 $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}$ 阵列,每一 Domain 块均为 $\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{D}$ 阵列,通常取 $\boldsymbol{D}=2\boldsymbol{B}$。为使压缩后重构的图像具有较好的质量,相邻的 Domain 块之间在水平及垂直方向均有重叠,水平转移量及垂直转移量均取为 $\boldsymbol{B}$;2)对 $2\boldsymbol{B}\times2\boldsymbol{B}$ 阵列的 Domain 块进行收缩变换。依次对每一 Domain 块中相邻的 4 个像素进行求和,并取平均值,于是 $2\boldsymbol{B}\times2\boldsymbol{B}$ 阵列的 Domain 块就收缩成了 $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}$ 阵列的 Sub_Domain 块;3)利用最小二乘法,并配合 Jacquin 提出的八种对称变换算子,对 Sub_Domain 块 与 Range 块进行匹配计算。MSE(Mean Square Error)算式的表达式为

$$\mathrm{MSE}=\frac{1}{N^2}\sum_{i,j}(R_{ij}-SD_{ij}-O),\quad O=\frac{1}{N^2}(\sum_{i,j}-S\sum_{i,j}D_{ij}),\quad S=\frac{N^2\sum_{i,j}D_{ij}R_{ij}-\sum_{i,j}D_{ij}\sum_{i,j}R_{ij}}{N^2\sum_{i,j}D_{ij}^2-(\sum_{i,j}D_{ij})^2}$$

其中,分类块 R_{ij},范畴块 D_{ij},S 为比例因子;O 为偏移量,若计算出的 MSE 小于给定的误差,则认为匹配成功,否则继续进行匹配,从而找出误差为最小时的匹配,记录下匹配成功时的 Jacquin 变换算子编号、比例因子、偏移量及 Domain 块的块号。

3　压缩算法的改进

考虑到人的视觉系统的固有特性,比如对某些频率分量比对其他的敏感些,因此,对不敏感部分可以粗

略编码,重构的解码图象也不会有接受不了的质量损失,所以在编码系统中考虑到人的视觉特性将有利于提高压缩比。基于分割的图象编码就是这样一种技术,它根据视觉特征,使用一些分割方法把图象分成若干类区域,对不同类的区域采用不同的编码策略。我们采用基于分形维数的方法进行图象分割,把图象分成具有明显分形特征和分形特征相对不明显的两类区域,对具有明显分形特征的区域使用基于迭代函数系统(IFS)的分形图象压缩编码方法,而分形特征相对不明显的区域施以小波变换压缩编码。这种基于视觉特性的分形、小波分割的图象压缩方法可以获得相当高的压缩比,实验结果如表 1 所示。

表 1 实验结果的比较

图象名称	压缩比		运行时间/h		峰值信噪比	
	一般方法	本文方法	一般方法	本文方法	一般方法	本文方法
Lenna	1:22.8	1:47.9	2.1	1.2	29.1	30.6
Girl	1:23.1	1:46.2	2.0	1.1	27.8	28.2

4 算法分析

我们知道,小波变换编码为了与尽可能多的信号匹配,必须能产生出无穷多个线性无关的“基信号”,并且其“基信号”是在编、解码之前就已经有的,是对应于该变换的广义“频率”轴上等间隔排列的一些点。而对于 IFS,由于其参数空间的自由度往往很小,所以必须要靠反复迭代才能产生多个“基信号”。这些“基信号”因为是在编、解码的过程中迭代产生的,所以与信号有关。同时,由于迭代本身的特点,一般来说,IFS 产生的“基信号”往往具有尺度或分辨率变化下的不变性,即自相似性[3]。IFS 编码与小波变换编码提取的是两类不同的信号特征。从频域上看,IFS 适用于宽频带并具有自相似性的信号;而小波变换编码则基本上只适用于在对应于该变换的广义“频带”内“带宽”受限的信号,两者具有一定的互补性。即 IFS 分形适于提取信号中尺度或分辨率变换下的不变性,即自相似性;而小波变换则适于提取信号的平移不变性,即周期性。在信号压缩中,虽然各种信号中广泛存在着自相似性,但是这种自相似只能在一定的尺度范围内不严格地成立,所以对应理想的信号压缩来讲,IFS 分形变换不过是描述信号一部分冗余度的一个合理模型,只有将 IFS 分形方法与提取信号其它冗余度的算法,如小波变换算法结合在一起,才能实现信号和压缩模型与压缩方法的更好匹配,达到更好的压缩效果。当将小波变换用于 IFS 产生的不变测度时,分形信号随尺度变化表现出的冗余性,可由小波分解所表现出来,即在更细尺度上的小波分解可由在粗尺度上的小波分解得到。同时,IFS 编码对于那些需要更多小波编码的高频分量其表达将显得更紧凑。利用这一性质,设计出一种小波与分形相结合的混合编码算法,必然会产生较好的效果。

参考文献:

[1] 张济忠. 分形[M]. 北京:清华大学出版社,1995.

[2] Jacquin A E. Fractal image coding based on a theory of iterated contractive image transformations. IEEE Crans a on Image Processing,1992,1(1):18-30.

[3] 赵海燕,应益容. 一类紧支小波正则性的研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2000,1(4):59-63.

[4] Mandelbrot B B. Fractal:Forms,Chance,and Dimension[M]. New York:WH Freeman,1977.

[5] 王东生,曹 磊. 混沌、分形及其应用[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1995.

(编辑:田新华)

Improvement of the Fractal Compression Encoding

LI Zheng-chao[1], FENG You-qian[2]

(1. The Foreign Language Institute of PLA, Luoyang, Henan 471003, China; 2. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: Under the bases of analysis and conclusion of the fractal theory, we propose a new method of image compression based on wavelet transformation compressed encoding combined with IFS fractal encoding. Experiments show that, compared with the normal fractal encoding approach, the new method is effective in practice, i. e. less operation time and higher compression ratio can be obtained.

Key Words: wavelet transformation; fractal; IFS