

空降兵降落过程的动力学分析与数值计算

黄海清

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:从空气动力学的动力学相似原理出发,由量纲分析中的 π 定理推导出了雷诺数,并通过不同情况下雷诺数的分析,计算了垂直降落时的速度、距离遵循的规律。

关键词:坠落;雷诺数;收尾速度;水平带动

中图分类号: O351 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2002)04-0077-04

空降兵是以伞降的方式投入地面作战的兵种,具有空中快速机动能力,能越过地理障碍和地面防线,直接进入敌后进行突然袭击,是用于快速部署和纵深攻击的主要力量,受到了各国的高度重视^[1-2]。

跳伞员从离开飞机到降落伞张开的过程中,受到地心引力、空气阻力作用、以及离机初速、风向、气流等的影响,出现了在空中坠落的复杂过程。这一过程可近似看作是垂直向下运动和水平运动两个分运动的合成。在垂直运动中,身体受地心引力作用向下坠落,同时受到方向相反的空气阻力。随着时间的延长垂直坠落速度逐渐增大,空气阻力也相应增大,当空气阻力增大到与跳伞总重量相等时,坠落速度不再增加,跳伞员就保持此时的速度坠落,这个速度叫收尾速度。在水平方向上,开始由于惯性作用,运动速度接近于飞行速度,由于空气阻力的作用,水平速度会迅速减小并消失。跳伞员离机后坠落的合成运动轨迹如图1所示。

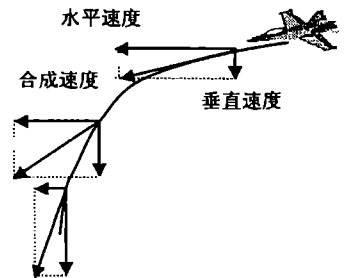


图1 坠落合成运动轨迹

了解和掌握这一运动规律,对跳伞员控制空中身体姿态,增大或减小某一方向的空气阻力,把握有利的开伞时机有着十分重要的意义。

无论是在垂直下降运动、水平运动中,空气阻力与跳伞都有着极为密切的关系。空气阻力原理是跳伞员在开伞前坠落中控制身体,开伞后操纵降落伞的重要理论基础^[3]。本文将通过雷诺数与空气阻力的关系分析空气阻力对跳伞员降落速度的影响,并对垂直降落速度进行了定量计算。

1 雷诺数

在某种流体中,对一组不同大小的几何相似模型作一系列阻力实验,会发现以下几个物理量:物体的长度 d 、物体在流体(空气、水、油等)中的收尾速率 v ,流体的密度 ρ 、粘滞系数 η 。这些量的一种特殊组合在不同实验中如果数值完全相同,对这些几何相似物体所做的实验称为“动力学相似”实验,这个组合是一个无量纲的参数——雷诺数(Reynolds number)记作 R 。它是流体力学中一个非常重要的物理量。雷诺数可以通过量纲分析中的 π 定理^[4]得到,即选 ρ 、 d 、 η 、 v 为基本量,它们的量纲分别满足:

$$\ln[\rho] = 1 \times \ln M + (-3) \times \ln L + 0 \times \ln T$$

$$\ln[d] = 0 \times \ln M + 1 \times \ln L + 0 \times \ln T$$

$$\ln[\eta] = 1 \times \ln M + (-1) \times \ln L + (-1) \times \ln T$$

$$\ln[v] = 0 \times \ln M + 1 \times \ln L + (-1) \times \ln T$$

考虑到前3个方程是线性无关的,第四个可以表示为它们的线性组合。即

$$\begin{aligned} \ln[v] &= x_1 \ln M + x_2 \ln L + x_3 \ln T = \\ &x_1 \ln M + (-3) \times x_1 \ln L + 0 \times x_1 \ln T + \\ &0 \times x_2 \ln M + 1 \times x_2 \ln L + 0 \times x_2 \ln T + \\ &1 \times x_3 \ln M + (-1) \times x_3 \ln L + (-1) \times x_3 \ln T \end{aligned}$$

由于 $\ln M$ 、 $\ln L$ 、 $\ln T$ 是彼此独立的“正交基矢”,在上式中它们的系数应分别相等,即

$$\begin{aligned} 1 \times x_1 + 0 \times x_2 + 1 \times x_3 &= 0 \\ (-3) \times x_1 + 1 \times x_2 + (-1) \times x_3 &= 1 \\ 0 \times x_1 + 0 \times x_2 + (-1) \times x_3 &= 1 \end{aligned}$$

由它们的系数构成的行列式

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1$$

可解得 $x_1 = -1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$, 即 $v = \rho^{-1} d^{-1} \eta$, 于是我们得到了无量纲量——雷诺数

$$R = \frac{\rho v d}{\eta} \quad (1)$$

2 雷诺数对阻力规律的影响

在低雷诺数时,物体在流体中匀速运动,所受的阻力遵从 stokes 公式,即

$$F = 6\pi \eta r v \quad (2)$$

式(2)表明:阻力 \propto 速度 \times 粘性 \times 物体几何尺寸。高雷诺数时,近似的阻力定律为

$$F = C_d \frac{\rho v^2 s}{2} \quad (3)$$

式(3)中截面积 s 与物体的几何形状有关,对于球体 $s = \pi r^2$, C_d 为曳引系数。可见,阻力 \propto (速度) $^2 \times$ 密度 \times (物体几何尺寸) 2 。

以上两式表明, R 较低时,速度增加一倍,阻力增加一倍;尺寸增加一倍,阻力也增加一倍,这时粘性起作用,密度不起作用。 R 较高时,速度增加一倍,阻力增加四倍;尺寸增加一倍,阻力也增加四倍,这时粘性不起作用,密度起作用^[5]。气体动力学理论还告诉我们,在一定温度下, η 与 ρ 无关。如果我们要通过某种按一定比例缩小的模型来进行模拟风洞实验从而得到我们需要的相关数据,就可以通过加大空气密度和风速来维持 R 不变。

3 高雷诺数时垂直降落物体的收尾速度

跳伞员离开飞机后,在竖直方向由静止开始下落,空气对物体的阻力满足式(3)。当跳伞员保持某种姿势以速度 v 在介质中运动时,横截面积 s 保持不变,于是阻力满足 $F = kv^2$, 其运动微分方程为

$$mg - kv^2 = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (4)$$

由式(4)可见,下落时速度逐渐增大,阻力也随之增大,因而加速度随之减小。当下落速度增大到一定值,使阻力与重力大小相等时,跳伞员所受合力为零,物体将以收尾速度 v_T 匀速下落,即 $mg - kv_T^2 = 0$

$$v_T = \left(\frac{mg}{k}\right)^{1/2} \quad (5)$$

驰豫时间

$$t_R = \frac{v_T}{g} = \sqrt{\frac{m}{kg}} \quad (6)$$

式(6)中,由于 k 与空气密度 ρ 有关,而空气密度随高度升高而减小,因而,一般来说跳伞高度越高,到达临界速度的时间越长,速度也越大。表1是使用“伞兵4”伞时,从不同高度处坠落的临界速度及到达时间^[6]。

将式(5)代入式(4)可得跳伞员在任意时刻的垂直降落速度满足

$$m \frac{dv}{dt} = kv_T^2 - kv^2$$

$$\frac{dv}{v_T^2 - v^2} = \frac{k}{m} dt$$

因 $t=0$ 时, $v=0$,

$$\int_0^v \frac{dv}{v_T^2 - v^2} = \frac{k}{m} \int_0^t dt \quad \text{即}$$

$$\frac{1}{2v_T} \ln\left(\frac{v_T + v}{v_T - v}\right) = \frac{k}{m} t$$

$$\frac{v_T + v}{v_T - v} = e^{\frac{2k}{m} v_T t}$$

其中 $\frac{2k}{m} v_T = 2 \frac{k}{m} \left(\frac{mg}{k}\right)^{1/2} = 2/t_R$

得 $v = v_T (e^{2t/t_R} - 1) / (e^{2t/t_R} + 1)$ (7)

图2、图3是跳伞员在2000 m高度以下,垂直坠落的速度与时间、距离与时间平均近似值变化曲线。这一变化规律与式(7)所给出的结论是基本吻合的。

表1 从不同高度上坠落的临界速度及到达时间表

高度(km)	临界速度(m/s)	到达时间(s)
4	49	14.0
6	66	15.0
8	73	16.5
10	81	18.0
12	90	19.5
14	102	21.0
16	115	23.0
18	132	25.5

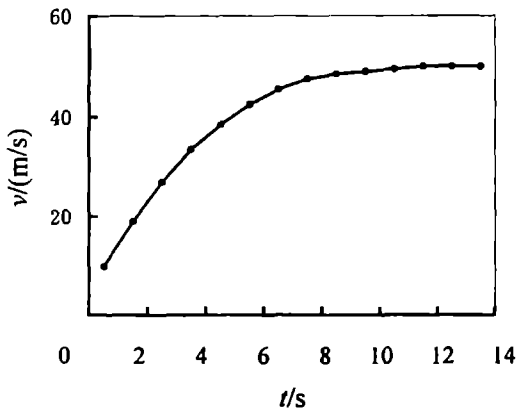


图2 坠落速度与时间曲线

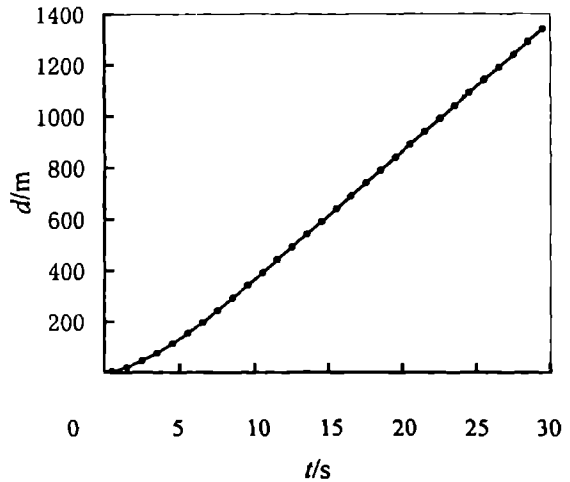


图3 坠落距离与时间曲线

实践表明,在2000 m以下跳伞,通常离机后坠落10~12 s到达临界速度,跳伞员面朝下身体与地面平行坠落时,临界速度值稍小些。头朝下坠落时,临界速度值稍大些。而不规则坠落时,临界速度的平均值为50 m/s。根据坠落距离与坠落时间的关系就能算出延时开伞跳伞的飞行高度,如延时开伞跳伞坠落20 s,在600 m高度上开伞,跳伞飞行高度应该是1500 m。

4 水平运动

跳伞员离机后,在水平方向上身体仍然保留着脱离飞机时的水平速度。由于空气阻力的作用,水平速度迅速减小并消失。跳伞中将水平运动产生的距离叫水平带动,水平带动是跳伞投放计算必须考虑的一个数据。其大小主要取决于跳伞员离机时,飞机的飞行速度和坠落时间。图4绘制出了飞机飞行速度分别为150 m/s、200 m/s、250 m/s时的平均近似值变化曲线。由于跳伞员在坠落中受空中风力影响会产生偏移距离,因此投放计算时,特别是长时间延时开伞跳伞时,要把这个偏移距离考虑进去,对水平带动进行修正。也就是说,当跳伞员水平运动方向与坠落时间内空中风向一致时要加上,反之则要减去。特别是夜间跳伞时,对跳伞高度、风向判断尤为重要^[7]。

考虑到式(3)中横截面积 s 对空气阻力的影响,跳伞员在空中不同的坠落姿势,也会影响其坠落的速度,通常会向头对着的那个方向产生水平运动,当这一方向与身体的水平运动方向一致时,就会产生水平速度和水平带动。

跳伞员离机后,由竖直、水平方向两种运动合成的结果,形成了一条运动方向不断变化的弧线,随着水平运动的消失,而趋向于与地面垂直。离机瞬间的坠落合成速度对坠落姿势也会产生很大的影响,如果坠落合成速度大于或接近临界速度,水平方向阻力很大,若离机动作稍有误差,姿势摆得不好,就会引起身体翻滚。而这时垂直坠落速度小,迎面阻力小,四肢不易修正坠落姿势,所以一般应在离机一段时间以后,有了较大的迎面阻力时,才能做有效的修正。开伞时机应选在坠落合成速度较小时,可以减小开伞的冲击力。因此根据坠落合成速度选择有利的开伞时机对跳伞员是十分重要的。

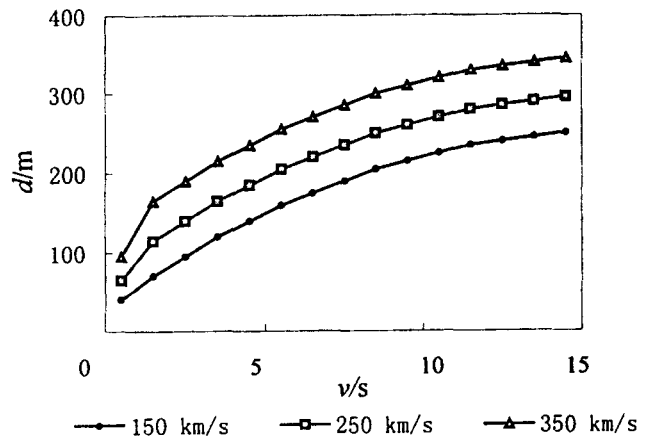


图4 水平带动距离与坠落时间关系曲线

参考文献:

- [1] Hooker D Jr, US Army. The Airborne Division in 2010[J]. Military Review, 2001, 81(3):83-87.
- [2] 王全永. 日本第一空降团简介[J]. 外国空军训练, 1987, (9):9-13.
- [3] 魏钦益. 流体力学在科技作战与生活之上应用[J]. 空军学术月刊, 1998, (6):36-47.
- [4] 赵凯华. 定性半定量物理学[M]. 北京:高等教育出版社, 1991.
- [5] L. 普朗特, K. 奥斯瓦提特, K. 维格哈特. 流体力学概论[M]. 北京:科学出版社, 1984.
- [6] 张成玉, 刘玉柱, 陈训洲. 空降训练教材[M]. 北京:1101厂出版, 1993.
- [7] 秦凤起, 苏永安. 夜间跳伞应注意的问题[J]. 航空杂志, 1997, (12):20-21.

(编辑:门向生)

Dynamic Analysis and Numerical Computation of the Airborne Force Landing Process

HUANG Hai - qing

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

Abstract: Based on the air - dynamics elementary principle, namely dynamics similar principle, the Reynold's number is derived from the π theorem of the dimension analysis. Through analyzing the Reynold's number in different conditions, the formula for calculating the landing velocity and falling distance in perpendicular falling is derived.

Key words: landing; Reynold's number; terminal velocity; horizontal paradropdeviation