

V带传动可靠性优化设计方法研究

龚小平, 仝崇楼, 刘万俊
(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:在V带传动传统设计的基础上,将V带传动相关设计参数均看作随机变量,以V带传动依概率不发生疲劳断裂和打滑作为主要的可靠性约束条件,建立了V带传动可靠性优化设计数学模型,并给出设计计算实例。与传统设计比较,本设计计算方法新颖、可靠、实用可行。

关键词: V带传动;可靠性;优化设计

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2002)04-0065-04

V带传动的设计要求充分发挥单根带最大传递功率,并且要求V带传动具有一定的可靠度。常规的带传动设计是以保证带传动不发生打滑又有足够的疲劳寿命为设计准则进行选择计算的。但由于带传动设计中的相关参数,如单根带所能传递的功率 P_s 、当量摩擦系数 f 、包角 α_1 、包角系数 K_a 、长度系数 K_L 、初拉力 F_0 等均为随机变量,呈分布状态,使得 P_s 与单根带实际传递功率 P_a 、带和带轮接触面极限摩擦力总和 $F_{l,max}$ 、与胶带传递的有效圆周力 F_t 之间有可能发生严重干涉,从而使得“设计”因不可靠而“失效”或降低疲劳寿命。本文将相关参数均按随机变量对待,以V带传动给定的可靠度作为主要约束条件,按给定的已知条件和要求建立V带传动可靠性优化设计数学模型并给出设计计算实例。用优化设计方法确定最优的传动方案,其计算方法新颖、可靠、实用可行,计算结果令人满意。

1 确定设计变量和目标函数

1.1 设计变量

已知:带传动功率 P 、小带轮转速 n_1 (r/min)、传动比 i 、原动机类型、工作机负荷性质、每天工作时间 h 等。由计算功率 P_c 和 n_1 选定V带带型后,只要确定小带轮直径 d_1 和带长 L_d ,则可求出V带根数 Z ,取设计变量 $X = [X_1 X_2]^T = [d_1 L_d]^T$

1.2 目标函数

取V带根数 Z 的计算式^[1]为目标函数,即

$$F(X) = \frac{K_A P}{(P_0 + \Delta P_0) K_a K_L}$$

式中, K_A 为工况系数; K_a 为包角系数; K_L 为带的长度系数; P_0 为特定条件下单根V带所能传递的功率; ΔP_0 为功率增量。

2 单根V带所能传递功率 P_s 的计算^[2]

2.1 特定条件下单根V带传递功率 P_0 的计算

P_0 的计算公式为

$$P_0 = \frac{([\sigma] - \sigma_{b1} - \sigma_c) \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha_1}}\right) AV}{1000} = \left(\sqrt[11.1]{\frac{CL_d}{7200t_h}} V^{-0.09} - \frac{2y_0 E}{d_1} - \frac{qV^2}{A} \right) \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha_1}}\right) AV \times 10^{-3}$$

式中, C 为由带的材质和结构决定的实验常数; L_d 为带的基准长度, mm; t_h 为带的工作寿命, h; V 为带速, m/s; d_1 为小带轮基准直径, mm; γ_0 为带最外层至中性层的距离, mm; E 为带材料的弹性模量, MPa; q 为每米长度质量, kg/m; A 为带横截面积, mm²; f' 为带与带轮间当量摩擦系数; α_1 为小带轮包角, rad。

$$\text{令: } K_1 = \frac{A}{1\,000} \times \sqrt[11.1]{\frac{CL_d}{7\,200t_h}} \left(1 - \frac{1}{e^{f'\alpha_1}}\right); K_2 = \frac{zAE\gamma_0}{1\,000} \left(1 - \frac{1}{e^{f'\alpha_1}}\right); K_3 = \frac{q}{1\,000} \left(1 - \frac{1}{e^{f'\alpha_1}}\right)。$$

$$\text{则 } P_0 = K_1 V^{0.91} - \frac{K_2 V}{d_1} - K_3 V^3$$

K_1 、 K_2 、 K_3 为与 V 带带型有关的系数, 见表 1。

表 1 V 带与带型有关的一些参数

参数	Z	A	B	C	D	E
K_1	0.246	0.449	0.794	1.480	3.150	4.570
K_2	7.44	19.62	50.60	143.20	507.30	951.50
K_3	0.44×10^{-4}	0.76×10^{-4}	1.31×10^{-4}	2.24×10^{-4}	4.77×10^{-4}	7.06×10^{-4}
L_j , mm	800	1\,700	2\,250	3\,750	6\,300	7\,100

2.2 功率增量 ΔP_0 的计算

计算公式

$$\Delta P_0 = K_b n_1 \left(1 - \frac{1}{K_i}\right)$$

式中, K_b 为弯曲影响系数, $K_b = \frac{K_2}{19\,100}$; K_i 为传动比系数, $K_i = i \left(\frac{2}{1+i^{5.3}}\right)^{\frac{1}{5.3}}$ 。

2.3 单根 V 带传递功率 P_s 的计算

P_s 的计算均值为 $\bar{P}_s = P_0 + \Delta P_0$ 。标准差为 $S_{P_s} = C_{P_s} \bar{P}_s$ 。 C_{P_s} 为 P_s 的变差系数, 可取 $C_{P_s} = \frac{1}{3} (0.1 \sim 0.2)$ 。

3 单根 V 带实际传递功率 P_σ 的计算

计算公式为

$$P_\sigma = \frac{K_A P}{Z K_\alpha K_L}$$

式中, Z 为带的根数, 标准差为 $S_{P_\sigma} = C_{P_\sigma} \bar{P}_\sigma$; C_{P_σ} 为 P_σ 的变差系数, 其计算式为 $C_{P_\sigma} = \sqrt{C_{K_A}^2 + C_{K_L}^2 + C_{K_\alpha}^2}$ 其中变差系数 C_{K_A} 、 C_{K_L} 和 C_{K_α} 按近似方法处理^[3], 取

$$C_{K_A} = \begin{cases} \frac{K_A - 1}{3K_A} & K_A > 1 \\ 0 & K_A \leq 1 \end{cases}$$

$$C_{K_L} = \begin{cases} \frac{K_L - 1}{3K_L} & K_L > 1 \\ 0 & K_L \leq 1 \end{cases}$$

$$C_{K_\alpha} = \begin{cases} \frac{K_\alpha - 1}{3K_\alpha} & K_\alpha > 1 \\ 0 & K_\alpha \leq 1 \end{cases}$$

K_α 、 α_1 、 K_L 及中心距 a 的计算式为 $K_\alpha = 1.25 \times \left(1 - 5^{-\frac{\alpha_1}{\pi}}\right)$, $\alpha_1 = \pi - d_1 \left(\frac{i-1}{a}\right)$,

$$a = \frac{L_d - \pi d_1 (1+i)/2}{4} + \frac{1}{4} \left\{ [L_d - \pi d_1 (1+i)/2]^2 - 2d_1^2 (i-1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; K_L = 1 + 0.45 \times (1g L_d - 1g L_j)。$$

L_j 为 V 带带型的计算基准长度, 见表 1。

4 确定约束条件

1) 带速的限制: 取 $5 \text{ m/s} \leq V \leq 25 \text{ m/s}$ 。

2) 带轮直径的限制: 取 $d_{1 \text{ min}} \leq d_1 \leq d_{1 \text{ max}}$ 。

3) 小带轮包角的限制: 取 $\alpha \geq \frac{2}{3}\pi$ 。

4) 中心距的限制: 取 $a_{\text{min}} \leq a \leq a_{\text{max}}$ 。

5) V 带基准长度的限制: 取 $L_{d \text{ min}} \leq L_d \leq L_{d \text{ max}}$ 。

6) V 带传动可靠性约束限制^[4]: ①单根 V 带所能传递的功率 P_s 大于单根 V 带实际传递功率 P_σ 的概率大于或等于设计给定的疲劳强度可靠度 $R_1(t)$, 即

$$P(P_s - P_\sigma > 0) \geq R_1(t)$$

P_s 、 P_σ 均按近似服从正态分布处理, 则有 $\frac{\overline{P_s} - \overline{P_\sigma}}{\sqrt{S_{P_s}^2 + S_{P_\sigma}^2}} \geq Z_{R_1}$, Z_{R_1} 为对应可靠度 R_1 的可靠性系数。②带和带

轮接触面上各点最大静摩擦力总和 $F_{t, \text{max}}$ 大于胶带传递的有效圆周力 F_t 的概率大于或等于设计给定的不打滑可靠度 $R_2(t)$, 即

$$P(F_{t, \text{max}} - F_t > 0) \geq R_2(t)$$

有效圆周力 F_t 均值和方差计算式如下:

$$\overline{F_t} = 1000 \times \frac{\overline{P_\sigma}}{V}$$

$$\overline{V} = \frac{\pi d_1}{60 \times 1000 n_1}$$

$$S_{F_t}^2 = 10^6 \times \left[\frac{1}{V^2} S_{P_\sigma}^2 + \left(-\frac{\overline{P_\sigma}}{V^2} \right)^2 S_V^2 \right]$$

$$S_V^2 = \left(\frac{\pi d_1}{60 \times 1000} \right)^2 S_{n_1}^2$$

S_{n_1} 可按“ 3σ ”原则处理; 最大静摩擦力总和 $F_{t, \text{max}}$ 均值, 标准差计算如下:

$$\overline{F_{t, \text{max}}} = 2 \overline{F_0} \frac{e^{f\alpha_1} - 1}{e^{f\alpha_1} + 1} \quad F_0 \text{ 为单根带初拉力, } F_0 = \frac{500 K_A P}{ZV} \left(\frac{2.5}{K_\alpha} - 1 \right) + qV^2; S_{F_{t, \text{max}}} = C_{F_{t, \text{max}}} \overline{F_{t, \text{max}}}$$

$C_{F_{t, \text{max}}} = 0.08$ 。 $F_{t, \text{max}}$ 、 F_t 均按近似服从正态分布处理, 则有 $\frac{\overline{F_{t, \text{max}}} - \overline{F_t}}{\sqrt{S_{F_{t, \text{max}}}^2 + S_{F_t}^2}} \geq Z_{R_2}$, Z_{R_2} 为对应可靠度 R_2 的可靠性系数。

5 设计实例

异步电机用 V 带传动鼓风机。已知电机功率 $P = 10 \text{ kW}$, $n_1 = 1450 \text{ r/min}$, $n_2 = 630 \text{ r/min}$, 每天工作 16 h, 希望 $d_1 \leq 150 \text{ mm}$, $a \leq 880 \text{ mm}$ 。设带传动疲劳强度可靠度 R_1 和 不打滑可靠度 R_2 均为 0.99, 按带的最佳传动能力设计此传动。

查表 $K_A = 1.2$, 计算功率 $P_c = K_A P = 12 \text{ kW}$ 。

由 P_c 和 n_1 选 B 型胶带。按设计要求, 取 $125 \text{ mm} \leq d_1 \leq 150 \text{ mm}$, $900 \text{ mm} \leq L_d \leq 5000 \text{ mm}$, $0.7(1+i) \leq a \leq 880 \text{ mm}$, $Z_{R_1} = Z_{R_2} = 2.33$, $f = 2.34$, 则该设计综合数学模型为

目标函数:

$$\min F(X) = \min \frac{K_A P}{(P_0 + \Delta P_0) K_\alpha K_L}, \quad X = [X_1 \quad X_2]^T$$

其中, $P_0 = 0.076024577X_1^{0.91} - 3.84164308 - 5.73285 \times 10^{-8}X_1^3$, $\Delta P_0 = 0.46325$ 。

$$a = 0.25(X_2 - 1.65079\pi X_1) + 0.25\sqrt{(X_2 - 1.65079\pi X_1)^2 - 3.38822X_1^2}$$

$$K_L = 0.45 \lg X_2 - 0.508482。$$

约束条件:

$$g_1(X) = 5 - 0.0759218X_1 \leq 0; \quad g_2(X) = 0.0759218X_1 - 25 \leq 0;$$

$$g_3(X) = X_1 \left(\frac{i-1}{a} \right) - \frac{\pi}{3} \leq 0; \quad g_4(x) = (X) = 0.7X_1(1+i) - a \leq 0;$$

$$g_5(X) = a - 880; \quad g_6(X) = 2.33 - \frac{\overline{P_s} - \overline{P_\sigma}}{\sqrt{(0.067 P_s)^2 + (C_{P_\sigma} P_\sigma)^2}} \leq 0;$$

$$g_7(X) = 2.33 - \frac{\overline{F_{t,\max}} - \overline{F_t}}{(0.08 \overline{F_{t,\max}})^2 + S_{F_t}^2} \leq 0;$$

$$125 \leq X_1 \leq 150; \quad 900 \leq X_2 \leq 5000。$$

运用约束变尺度优化算法^[5],经计算,得:

$$X_1^* = 150 \quad X_2^* = 2499.5, F(x^*) = 3.27543, \text{取 } d_1 = 150 \text{ mm}, L_d = 2500 \text{ mm}, Z = 4 \text{ 根。}$$

6 结论

设计计算结果与常规设计比较,在满足工作条件的基础上,主要设计参数经优化计算所得,并有一定的可靠度,更符合实际。在无统计资料的情况下,上述相关参数(系数)的标准差可按近似方法处理,若有详细统计数据,则计算结果会更精确。带的根数取整会适当提高传动的可靠度。

参考文献:

- [1] 朱宝库. 机械设计[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1994.
- [2] 陈裕林. 机械设计应用手册[M]. 北京:科学技术文献出版社,1995.
- [3] 刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京:清华大学出版社,1996.
- [4] 邬华芝. V型带传动可靠性设计方法分析[J]. 机械设计与研究,2001,17(2):53-54.
- [5] 龚小平. 约束变尺度优化算法的改进及应用[J]. 机械设计与制造,1988,(5):2-6.

(编辑:姚树峰)

Research on Reliability - Based Optimum Design Procedure for Type - V Belt Transmission

GONG Xiao - ping, . TONG Chong - lou, LIU Wan - jun

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: Based on the traditional design of V - type belt transmission, the relevant parameters are thought as random variables. When the minimum number of the belt is expected, and no fatigue fracture or slip of probability is taken as a reliable constraint condition, the reliable optimum mathematical model of V - type belt transmission can be established and represented with examples in design. Compared with the traditional design, this approach is newer, more reliable, feasible and practical.

Key words: type - V belt transmission; reliability; optimum design