可修复系统可靠性统计分析

张诤敏
(空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038)

摘 要:常规可靠性统计分析要求样本从同一母体抽取且为独立同分布。但是可修复系统的母体难以保持不变,样本独立同分布的要求也难以满足。如何判别样本是独立同分布?针对此问题,本文讨论了样本独立同分布的检验,并以平均寿命为例,对样本独立同分布和非独立同分布条件下可靠性统计分析进行了讨论。

关键词:母体;样本;独立同分布;平均寿命
中图分类号:O312.2;TB114.3 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2002)04-0062-03

飞机、导弹等武器装备均属可修复系统,对可修复系统进行可靠性统计分析,如估计其可靠度、故障率或平均寿命等,依据数理统计理论[1],从同一母体中随机抽取的样本,必须满足独立同分布(IID - Independently and Identically Distributed)的要求。样本相互独立,并且同一分布,是进行统计推断的前提和必要条件。但是可修复系统,特别是机械或机电的可修复系统,母体难以保持不变,样本独立同分布的要求也难以满足。如何判别样本是独立同分布,这是进行数据处理时不可避免的问题,否则将导致错误的结论。

1 独立同分布条件下估计平均寿命的三种情况

指数分布时,产品的平均寿命为产品寿命的平均值。而产品寿命是指产品从完好状态开始到进入故障状态为止所经历的一段时间。这里除了应定义产品故障状态的判据外,应明确产品完好状态的开始时刻。

对不可修复产品,通常以产品的开始使用时刻作为产品完好状态的起点。对可修复产品,如果能保证"修复如新"(通过修理以后,产品恢复到和新的一样好),则每次修复后开始的时刻都认为是产品完好状态的起点。若不能保证"修复如新",则仅把产品首次开始使用时刻看成产品完好状态的起点。

设产品的母体以随机变量 T 表示,从母体中随机抽取 n 个样本,$t_1,t_2,\cdots,t_n$,如果 $t_i(i=1,2,\cdots,n)$ 具有同一分布 $F(t)$,且相互独立,则由样本可以求得平均寿命 θ,以及故障率 $\lambda(t)$、可靠度 $R(t)$ 等可靠性指标之值。

对不可修复产品,平均寿命 θ 常用同一批量产品寿命数据 t_i 来估计。即

$$\hat{\theta}=t_{\mathrm{MTTF}}=\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}t_i) \tag{1}$$

式中,t_{MTTF} 为平均故障前时间(mean time to failure)。

对可修复产品,如能"修复如新",则用每次修复后的寿命数据 t_i' 来估计。即

$$\hat{\theta}=t_{\mathrm{MTBF}}=\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}t_i) \tag{2}$$

式中,t_{MTBF} 为平均故障间隔时间(mean time between failure)。

对可修复产品,如不能保证"修复如新",则只能用一批同类产品的首次寿命数据 $t_{1j}(j=1,2,\cdots,m)$ 来估计。即

$$\hat{\theta}=t_{\mathrm{MTTFF}}=\frac{1}{m}(\sum_{j=1}^{n}t_i) \tag{3}$$

收稿日期:2001-12-13
作者简介:张诤敏(1964-),女,上海人,副教授,硕士,主要从事装备管理与决策研究.

式中,t_{MTTFF}为平均首次故障前时间(mean time to first failure)。

指数分布时,以上三种情况平均寿命 θ 均可用下式估计,

$$\hat{\theta}=\frac{t_{tot}}{n_{fai}}=\frac{1}{r}\left(\sum_{i=1}^{r}t_i\right) \tag{4}$$

式中,r 为总故障数,t_{tot}为总工作时间,n_{fai}为总故障数。

2 样本趋势分析或独立同分布的检验

对可修复产品的平均寿命可用某一件产品各次修理后的寿命 t_i(修理间隔期)来估计。样本趋势分析是指各次修理后 t_i 的变化情况,它是缩短、增长还是基本不变[3]。以求从寿命 t_i 的时间序列的变化趋势判别母体是否发生变化,检验样本是否独立同分布。

设某一件可修复产品各次修理后的寿命为 $t_1,t_2,\cdots,t_n$;今检验 $t_1,t_2,\cdots,t_n$是否是独立同分布。

令 $x_i=\sum_{j=1}^{i}t_j$,　$i,j=1,2,\ \cdots,n$。即 $x_1=t_1,x_2=t_1+t_2,\cdots,\cdots,x_n=t_1+t_2+\cdots+t_n$;$x_0$ 为观察区域,$x_0\geqslant x_n$.可以证明[4],当 $n\geqslant3$ 时,趋势统计量

$$U=\sqrt{12n}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{nx_0}-\frac{1}{2}\right) \tag{5}$$

为渐近标准正态分布。根据给定的显著性水平 α ,由正态分布表可得到对应的趋势统计量临界值 U_α。

当 $U\leqslant-U_\alpha$时,表明在显著性水平 α 下,修理间隔期在增长,故障率在减小,即产品越修越好,样本不满足独立同分布的要求。当 $U\geqslant U_\alpha$时,表明在显著性水平 α 下,修理间隔期在缩短,故障率在增大,即产品越修越坏,样本不满足独立同分布的要求。当 $-U_\alpha<U<U_\alpha$时,表明在显著性水平 α 下,修理间隔期变化不明显,故障率基本不变,即产品能够“修复如新”,样本满足独立同分布的要求。

式(5)观察区域 x_0如果在 x_n终端,即 $x_0=x_n$时,则将式中 n 换成$(n-1)$,$\sum_{i=1}^{n}x_i$中不包含最后一次。

3 算例

例 1 某型航空发动机投入一台进行领先使用试验,从开始投入使用时起,各次翻修间隔期(小时)为:234,341,178,744,190,260$^+$;其中 260$^+$表示在统计最后时刻发动机仍在正常运行。试检验翻修间隔期的样本是否独立同分布,如果是独立同分布,估计其平均寿命。

解:因 260$^+$是一个截尾数据,所以共有 5 次翻修,即 $n=5$,

$x_0=234+341+178+744+190+260=1\ 947$;$x_1=234,x_2=575,x_3=753,x_4=1\ 479,x_5=1\ 687$;$\sum_{i=1}^{n}x_i$, $=4\ 746$

$U=\sqrt{12\times5}\left(\frac{4\ 746}{5\times1\ 947}-\frac{1}{2}\right)=-0.096\ 7$。取 $\alpha=0.1$ 时,$U_\alpha=1.645$,所以 $-U_\alpha<U<U_\alpha$,即在 10% 显著性水平或 90% 置信度下接受原假设,样本为独立同分布。此时平均寿命估计值为 $\hat{\theta}=1\ 947/5=389.4$ (h)。

例 2 一台某种型号的电子设备 12 次修理间隔期(小时)见表 1 中 t_i,观察区域的终端为最后一次故障时刻,试作样本独立同分布检验。

解:$n=12-1=11$

$x_0=175+21+108+\cdots+31=771$

其中 x_0之值见表 1 的第 2 列;

$\sum_{i=1}^{11}x_i$, $=5\ 514$(不包括 771)

$U=\sqrt{12\times11}\left(\frac{5\ 514}{11\times771}-\frac{1}{2}\right)=-1.73$

表 1　一台电子设备修理间隔期的统计分析

t_i	x_0	t_i'
175	175	12
21	196	14
108	304	21
111	415	23
89	504	31
12	516	38
102	618	47
23	641	89
38	679	102
47	726	108
14	740	111
31	771	175

$\alpha=0.1$ 时,$U_\alpha=1.645$,所以 $U>U_\alpha$,即在 10% 显著性水平下拒绝原假设,样本不满足独立同分布的要

求。一般机械产品、机电产品,由于磨损、腐蚀、疲劳、老化,修理后可靠性水平越来越降低,性能不断劣化,这是一种越修越坏的情况。

如果不做独立同分布检验,而假定样本为独立同分布,就可以按表 1 中第 3 列那样,按大小排列,并在概率纸上描点,则在威布尔概率纸上判断为指数分布,这显然是错误的,所以,应该进行独立同分布检验,否则可能做出错误的结论。

例 3 某型雷达 6 次修理间隔期(h)依次为:360,480,720,840,2 400,4 080。试作样本独立同分布检验。

解: $n=6-1=5$; $x_0=8\ 880$; $\sum_{i=1}^{5}x_i$, $=9\ 960$。$U=\sqrt{12\times 5}\left(\frac{9\ 960}{5\times 8\ 880}-\frac{1}{2}\right)=-2.135$, $\alpha=0.1$ 时 $U_\alpha=1.645$,所以 $U<-U_\alpha$,即在 10% 显著性水平下拒绝原假设,样本不满足独立同分布的要求。这时修理间隔期在增长,可能是电子元器件可靠性水平不断改进,使得修理以后产品可靠性水平得到提高,这是一种越修越好的情况。

4 非独立同分布(变母体)条件下平均寿命的估计

可修复系统经过修复以后,通常很难"修复如新",母体发生变化,不是独立同分布,其原因有很多[5],如:1)故障的认识和报告,因人而已,因情绪而不同;2)实际许多故障资料常常没有记录和反映;3)有时所报告的故障根本不是机件本身故障引起的,而是由于人为差错,拆卸使用不当,或维修者的怀疑而引起的;4)有时受使用、维修环境的影响,修理故障可能诱导出其它机件故障,使得机件故障的出现并不独立;5)修理时更换的机件或元器件比原来的可能更好,也可能更坏;6)采用新材料、新工艺、新技术,如表面工程技术,能够使产品可靠性水平越修越好,等等。

在变母体或非独立同分布的条件下,不能再应用数理统计的理论来分析产品可靠性问题了。1964 年美国通用电气公司的 J. T. Duane 所建立的模型[6]和 1972 年美国陆军装备系统分析所的 L. H. Crow 所建立的 AMSAA(Army Material System Analysis Agency)模型圆满解决了变母体问题[7]。

5 结束语

通过上述几种不同样本分布情况的分析,可以看出,在进行可靠性统计分析时,应针对不同条件,选取不同检验方法,这样才不致得出错误的结论。

参考文献:

[1] 王梓坤. 概率论及其应用[M]. 北京:科学出版社,1977.
[2] DUANCE J T. Learning curve approach to reliability monitoring[M]. IEEE Trowns on Aerospace, 1964,12(2):563 - 566.
[3] CROW L H. Reliability analysis for complex repairable Systems[R]. AD - A - 020296,1975.
[4] 曹晋华,程 侃. 可靠性数学引论[M]. 北京:科学出版社,1986.
[5] PATRICK D T. Practical Reliability Engineering third Edition[M]. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1995.
[6] CROW L H. Estimation procedures for the Duane model[R]. AD - A019372, 1972.
[7] 陈学楚. 装备系统工程[M]. 北京:国防工业出版社,1995.
[8] BLANCHARD B S. Logistics Engineering and Management (fifth Edition)[M]. New York: Prentice Hall, 1998

(编辑:姚树峰)

Statistic Analysis of Reliability for Repairable System

ZHANG Zheng - min
(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, Chian)

Abstract: General statistic analysis of reliability requires that samples drawn from the same population should be independently and identically distributed (IID), but the population of repairable system can not be kept constant. Aiming at the problem how to determine whether the samples are IID, this paper analyzes the test of IID samples and discusses the statistic analysis of reliability under IID and non - IID conditions by taking the mean life for example.

Key words: population; sample; IID(Independently and Identically Distributed); mean life