

# Rossller 混沌系统的脉冲同步在通信中的应用

曲毅, 沈明华, 朱双鹤

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

**摘要:**利用脉冲控制方法构造了一个 Rossller 脉冲同步系统,并将它用于语音和图像的保密传输。从仿真效果看,该方法有较好的鲁棒性和抗噪能力。特别是它在掩盖通信中允许信号的幅度较大,这是传统的驱动-响应法、主动-被动法和耦合同步法难以比拟的。

**关键词:**Rossller; 系统; 脉冲同步; 鲁棒性

**中图分类号:**TN918 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)06-0063-03

混沌现象是在非线性动态系统中出现的确定性、类随机的过程。它的本质是系统对初始条件具有极端的敏感性。相空间初始点非常接近的两条轨道随时间会指数地分离,很快变得不相干,因而系统的长期行为表现出随机性。由于人们一直把混沌作为有害的现象,所以对混沌控制进行了深入研究,提出了多种方法。脉冲控制<sup>[1]</sup>便是其中之一。它是在一系列的时间点上注入一定强度的脉冲控制量,改变系统的状态变量来稳定系统。它具有较强的抗噪能力和鲁棒性。

混沌的内在随机性使它可以用来实现保密通信<sup>[2]</sup>,而混沌同步是实现这一目标的最大障碍。1990年,美国海军研究实验室的 Pecora. L. M 和 Carroll. T. L 提出的驱动-响应同步法使混沌同步成为现实<sup>[3]</sup>。此后有许多同步方法被提出来,脉冲同步是其中较好的一种同步方法。它利用了传统抑制混沌的脉冲控制方法。

本文对 Rossller 系统进行脉冲同步并在一定的噪音背景下进行了语音和图像保密通信的仿真实验。

## 1 Rossller 同步系统的设计<sup>[4]</sup>

Rossller 混沌系统(发端)其状态方程的表示式为

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= -x_2 - x_3 \\ dx_2/dt &= x_1 + ax_2 \\ dx_3/dt &= x_1x_3 + b - cx_3 \end{aligned}$$

其中  $a, b, c$  为正的参数,初值为  $(x_{10} \ x_{20} \ x_{30})^T$ 。系统可记为

$$dx/dt = Ax + \Phi(x), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

其中  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & -c \end{bmatrix}, \quad \Phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b + x_1x_3 \end{bmatrix}$

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T, \quad x_0 = (x_{10} \ x_{20} \ x_{30})^T$$

对系统式(1),在离散时间点  $t_k, k=1, 2, \dots$ , 我们根据发端混沌系统和收端系统的状态变量对收端系统在时刻  $t_k$  施加脉冲控制,从而改变收端系统变量,使系统达到同步。当采用同步误差的线性反馈作为脉冲控制信号时,收端系统可用下面的脉冲微分方程描述:

$$dy/dt = Ay + \Phi(y), \quad t \neq t_k, \quad y(t_0) = y_0 \quad (2)$$

$$\Delta y|_{t=t_k} = I_k(x, y) = B(y - x), \quad t = t_k, k=1, 2, \dots \quad (3)$$

令  $e = y - x$  为同步误差矢量,且  $e = (e_1 \ e_2 \ e_3)^T$ , 则由(1), (2), (3)式可得脉冲同步的误差为

$$de(t)/dt = Ae(t) + \Phi(x+e) - \Phi(x), \quad t \neq t_k, \quad e(t_0) = e_0$$

$$\Delta e|_{t=t_k} = Be, \quad t = t_k, \quad k = 1, 2, \dots$$

设  $\Phi(x)$  满足局部 Lipschitz 条件<sup>[5]</sup>, 即  $\|\Phi(x+e) - \Phi(x)\| \leq L\|e\|$ 。取

$$L = \left\| \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \right\|_{\infty} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ x_1 & 0 & x_1 \end{vmatrix} = |x_3| + |x_1|$$

由于混沌系统式(1)有界, 在整个状态空间取  $L = L_1 + L_2$ , 其中  $|x_1| \leq L_1, |x_3| \leq L_3$ , 对系统误差有下面的定理。

**定理** 设  $B$  为 Hermitian 的谱半径,  $d$  为  $(I+B)(I+B^T)$  的最大特征值,  $I+B$  的谱半径  $\rho(I+B) \leq 1$ ,  $r$  为  $A+A^T$  的最大特征值,  $\{t_k\}$  为间隔  $\tau$  的等差时间序列, 则

$$0 \leq r + 2L \leq -\frac{1}{\tau} \ln(\lambda d) \quad \lambda > 1$$

成立时, 脉冲同步的误差系统在原点渐进稳定, 即系统式(2)和式(3)与系统式(1)同步。

## 2 系统参数设置

取  $a = b = 0.1, c = 6.0$ , 混沌系统的奇异吸引子如图1。由图1取  $L_1 = 10, L_3 = 30$ , 则  $L = 40$ 。发端系统的初值为  $(0.6, 0, 0.1)$ , 收端系统的初值为  $(-0.6, 3, -0.1)$ , 取矩阵  $B = \text{diag}\{k_b, k_b, k_b\}$ , 由  $\rho(I+B) \leq 1$  得到  $-2 \leq k_b \leq 0, d = (k_b + 1)^2$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad A + A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ -1 & 0 & -12 \end{bmatrix}$$

故  $r = 12.0828, r + 2L = 92.0828 > 0$ , 同步稳定的区间近似为

$$0 \leq \tau \leq -\frac{\ln(\lambda(k_b + 1)^2)}{r + 2L}, \quad \lambda > 1 \quad -2 \leq k_b \leq 0$$

取  $k_b = -0.75, \lambda = 1.2$ , 则  $\tau_{\max} = 0.012$  s, 以  $\tau = 0.01$  s 及  $\tau = 0.005$  s 的积分步长对同步系统进行仿真。

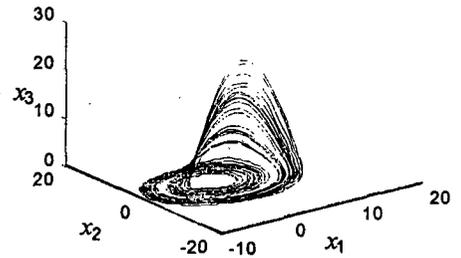


图1 Rossler 奇异吸引子

## 3 通信仿真

我们采用混沌掩盖通信方案。它的基本原理是: 利用具有逼近于高斯白噪声统计特性的混沌信号在对有用的信息进行混沌掩盖, 形成混沌掩盖信号, 在收端则利用同步后的混沌信号进行去掩盖, 从而恢复出有用信息。为了检验同步的抗噪性能, 给系统加入 5% 高斯白噪声。

在本实验中, 信息为语音和静态图像。传送的语音为“同志”, 信噪比为 56 dB。从图2可看出, 发端系统和收端系统的输出  $x_1, y_1$  很好地重合, 且信息被完全掩盖, 达到了保密的目的。如图3, 恢复出来的语音有较好自然度和清晰度, 这反映了脉冲同步的较快的收敛速率和良好的稳定性。实验中语音信号与混沌信号的幅值之比可达 1:30, 而传统的混沌同步方法一般要求为 1:100<sup>[5]</sup>。当发端系统和收端系统的参数大约有 6% 的误差时, 语音仍可较清晰地恢复; 但存在 10% 的误差时, 则无法提取信号。从抗噪性能看, 传统的同步方法没有考虑噪音因素, 脉冲方法在信噪比大于 52 dB 时, 恢复的语音较好, 而小于 35 dB 则无法恢复信号。

图像传输如图4所示, 我们看到解密后的图像有失真。这是同步建立过程中形成的, 一旦同步建立起来, 这种同步方法能满足视觉的苛刻要求。

本文通过对语音和图像的通信仿真表明了混沌脉冲同步有较好抗噪和鲁棒性能, 展示了它在保密通信中的潜在价值。但由于通信中存在实际信道和调制解调电路的非线性失真, 以及接收系统参数失配问题(允许 10% 的失配在工程实现上较为有利), 因此如何进一步提高同步性能, 减小信号失真以及抗干扰能力还有待于进一步研究。

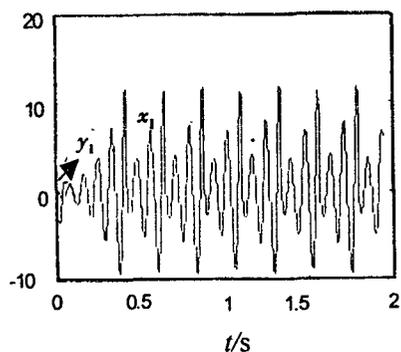


图2 发端和收端系统的混沌信号

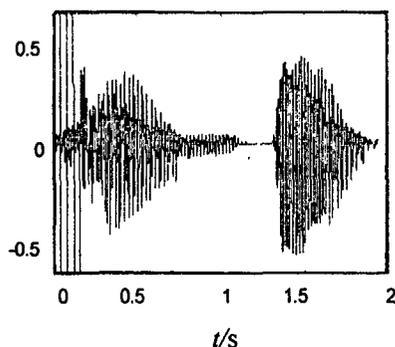
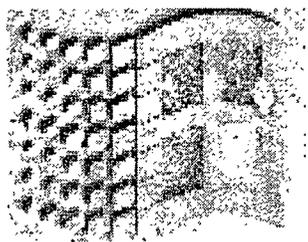
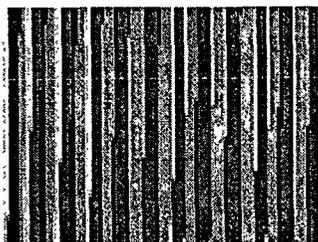


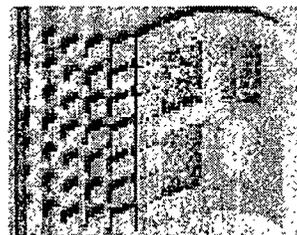
图3 原语音和恢复出来的语音



(a) 原图像



(b) 窃取后的图像



(c) 解密后的图像

图4 图像加密传输

## 参考文献:

- [1] Matias M A, uemez J G. Synchronization Via Multiplex Pulse Trains[J]. Phys. Rev. Lett., 1994, 72(4):1455 - 1458.
- [2] 方锦清. 非线性系统中的混沌的控制与同步及其应用前景(1)[J]. 物理学进展, 1996, 16(1):1 - 74.
- [3] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system[J], Phys. Rev. Lett, 1990; 64(2):821 - 824.
- [4] 刘 锋. Rossler 混沌系统的脉冲同步[J]. 物理学报, 1999, 48(7):1198 - 1203.
- [5] Morgul, Feki. A Chaotic Masking Scheme by Using Synchronized Chaotic Systems[J]. Phys Lett A, 1999, (3): 169 - 176.

## Impulsive Synchronization of Rossler Chaotic System with Applications to Communications

QU Yi, SHEN Ming - Hua, ZHU Shuang - he

( The Telecommunication Engineering Institute of the Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** In this paper, by means of the impulsive control, a synchronization method for Rossler chaotic system is constructed and applied to secure transmission of speech and images. The simulation shows that the method has better performance of robustness and anti - noise than traditional methods in chaotic masking schemes. This method permits a signal with larger amplitude which is more than a match for driver - response, APD and coupled synchronization methods.

**Key words:** Rossler system ; impulsive synchronization ; robustness