

一种确定压电传感器位置的拓扑优化方法

曹宗杰, 梁建民

(空军第二航空学院 航空机械系, 吉林 长春 130022)

摘要:基于可观矩阵奇异值单元灵敏度的思想,提出了确定智能压电传感器安放位置的一种拓扑优化方法。为了获得智能结构压电传感器的优化位置,首先采用有限元方法对原系统进行了特征问题分析;第二利用奇异值分解法讨论了智能结构模态可观性的度量问题;第三推导了可观矩阵奇异值单元灵敏度公式;第四以奇异值单元灵敏度作为度量和准则并且给出一个门槛值,根据门槛值可以确定压电传感器优化位置;最后利用算例来说明本文方法的有效性。

关键词:拓扑优化;压电传感器;奇异值灵敏度

中图分类号: O329 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2001)05-0080-03

各类航天结构一个重要的发展趋势是大型化、低刚度与柔性化,但是结构的柔性化使结构的模态阻尼变小,结构在运行过程中一旦受到某种激励的作用而不采取有效措施对其振动进行抑制,大型柔性空间结构可能产生较大振幅的振动,这将引起结构的不稳定,导致结构的运行精度急剧下降,迫切需要对结构的形状与振动控制进行深入的研究。因此具有特殊功能、智能化的新材料的研究受到十分的重视,这类新材料包括具有压电效应的智能压电材料等。这是因为压电材料具有两个基本特性。第一,正压电效应,即没有电场作用而只是由于形变产生的极化现象;第二,逆压电效应,即由于电场作用产生形变的现象。在工程应用中可利用压电材料的正压电效应的原理制成控制系统的传感器,利用压电材料的逆压电效应的原理制成控制系统执行器。为了满足减轻结构重量增加有效载荷的重量而提高运载工具的效率要求,人们感兴趣的是使用尽量少的传感器去获取尽量多的信息,所以传感器优化位置和数量的确定是一个非常重要的问题。

许多技术和方法适用于压电传感器的位置的优化。其中 Chang^[1]等使用最小控制能量作为准则来优化传感元件的位置;Haftka^[2]采用直接推导法处理准静态载荷的情况;Burdisso^[3]等利用统计法分别对执行器与传感器的位置进行了优化;Liu^[4]等利用可观矩阵提出了传感器位置优化的方法;Kang^[5]等以结构阻尼为度量选取传感器与执行器的优化位置。智能结构的传感器和执行器的位置对结构的力学状态特别敏感,根据可观性和可控性的摄动量最大原则可以确定传感器的优化位置。

1 智能结构模态可观性及奇异值灵敏度

智能结构系统动力方程与分布压电传感器输出^[6]为 $M \ddot{q} + K \dot{q} = BV_a; \quad V_s = Cq$ (1)

式中, M 与 K 分别表示系统正定对称质量与刚度矩阵, $\in R^{n \times n}$; B 是由执行器位置和数量决定的控制矩阵, $\in R^{n \times p}$; V_a 表示由于施加在执行器的电荷而产生的电力矢量,是执行器的控制变量, $\in R^p$; q 是位移矢量, $\in R^n$; C 由传感器位置和数量决定的可观矩阵, $\in R^{l \times n}$ 。考虑方程(1),智能结构的特征问题为

$$(K - \lambda M)\Phi = 0 \quad (2)$$

式中, $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ ($\in R^{n \times n}$) 与 $\Lambda = (\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2)$ ($\in R^n$) 且满足正则条件。取 $\Phi_0 = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_L)$ ($\in R^{R \times L}$) 与 $\Lambda_0 = (\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_L^2)$, 利用 $q = \Phi_0 \eta$ 把式(1)转换为

$$\ddot{\eta} + \Lambda_0 \eta = \Phi_0^T B V_a = B_0 V_a; \quad V_s = C \Phi_0 \eta = C_0 \eta. \quad (3)$$

收稿日期:2000-10-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59675018);吉林省自然科学基金资助项目(19990503-2)

作者简介:曹宗杰(1964-),男,山东莒县人,教授,博士后,主要从事断裂力学、智能结构、大型结构动力学分析研究。

式中, $B_0 = \Phi_0^T B, \in R^{L \times P}; C_0 = C \Phi_0, \in R^{L \times L}$ 。把 C_0 进行奇异值分解,得

$$C_0 = U_0 S_0 V_0^T \tag{4}$$

式中, U_0 与 V_0 是可观矩阵 C_0 的左右奇异向量。 $U_0 \in R^{L \times L}, V_0 \in R^{L \times L}, U_0^T U_0 = I_1, V_0^T V_0 = I_L, S_0 = \begin{bmatrix} \Sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

式中, $\Sigma_0 = \text{dia}(\sigma_{01}, \sigma_{02}, \dots, \sigma_{0i}), \sigma_{0i} > 0, I$ 是可观模态的个数。由式(4)则有

$$A_0 V_{0i} = \lambda_{0i} V_{0i} \tag{5}$$

式中, $A_0 = C_0^T C_0, \lambda_{0i} = \sigma_{0i}^2$ 。为了确定智能结构压电传感器的优化位置,定义可观矩阵奇异值灵敏度。假设去掉第 j 个位置的传感器,将引起系统的总体刚度阵、质最阵与可观矩阵的变化。如果从当前结构中去掉了第 j 个位置的传感器,可观矩阵改变为

$$\underline{C} = C + C_1, \underline{C}_0 = C \Phi_0 + C_1 \Phi_0 = C_0 + C_{01} \tag{6}$$

式中 $C_{01} = C_1 \Phi_0$, 令 $A = \underline{C}_0^T \underline{C}_0, \in R^{L \times L}$ \tag{7}

$$A = A_0 + A_1; \quad A_1 = C_0^T C_{01} + C_{01}^T C_0 \tag{8}$$

则式(5)摄动为 $AV_m = \lambda_m V_m$ \tag{9}

$$V_m^T V_m = I_l \tag{10}$$

如果 λ_{0i} 单值的,可通过常规矩阵摄动理论直接得到 A 的奇异值一阶摄动为 $\lambda_1^i = V_{0i}^T A_1 V_{0i}$ \tag{11}

2 优化准则与步骤

$(\lambda_1^i)_j$ 表示第 i 个传感器位置的变化对第 j 个奇异值灵敏度的贡献并定义

$$D_{ij} = \sum_{j=1}^l |(\lambda_1^i)_j|, D_i = [D_{i1}, D_{i2}, \dots, D_{ip}] \tag{12}$$

做为拓扑优化传感器优化位置的一种量度。其中 l 为可观模态的个数, p 是传感器单元的个数。定义

$$\Delta D_{ij} = D_{ij} / \max(D_{i1}, D_{i2}, \dots, D_{ip}), \Delta D_i = [\Delta D_{i1}, \Delta D_{i2}, \dots, \Delta D_{ip}] \tag{13}$$

式中, $\max(D_{i1}, D_{i2}, \dots, D_{ip})$ 表示向量 ΔD_i 中绝对值最大的元。 ΔD_{ij} 也是第 i 个传感器单元优化位置量度。 ΔD_{ij} 的变化可以把不同位置的传感器单元之间区分开来。智能结构传感器位置的拓扑优化准则定义为

$$\Delta D_{ij} \geq \Delta D \tag{14}$$

式中, ΔD 是一个给定的阈值,用来确定所布置优化位置传感器的个数。如果满足了优化准则,第 i 个位置的传感器被保留下来;否则第 i 个位置的传感器就被从结构中去掉。重复上述步骤可以确定传感器的优化数目和位置。

综上所述,智能结构传感器位置拓扑优化过程概括为:1)运用有限元方法进行系统的特征分析,得到 A 和 Φ ;2)首先进行坐标变换然后进行可观矩阵 C_0 的奇异值分解,得到可观矩阵 C_0 的奇异值及其左右奇异向量;3)计算可观矩阵奇异值灵敏度;4)通过优化准则进行安放压电传感器优化位置的拓扑选取。

通过上述步骤对所有可能安置压电传感器位置的单元重复第二至第四步,保留下的单元位置就是所要得到的智能结构传感器位置的优化位置。

3 数值算例

如图 1 所示复合悬臂梁模型的主结构上下表面粘着一层很薄的压电材料(PVDF)作为传感器并且完全与主结构粘贴在一起。每层压电材料的厚度为 0.5 mm,其材料特性参数见文献[6]。为了便于与文献[5]进行比较,智能结构复合悬臂梁的有限元网格剖分如图 1 所示,其中复合悬臂梁被划分为 9 个计算单元,包括 48 个节点。第一至第八个单元的长度取为 25 mm,第九个单元的长度取为 30 mm。利用本文提出的方法可以计算出每个单元的奇异值灵敏度。 ΔD_i 随梁的长度的变化规律如图 2 所示。在文献[5]中,选取结构模态阻尼作为选取传感器的优化位置的一个指标。传感器的优化位置被确定在最大的结构阻尼指标处。结构模态阻尼随梁的长度的分布规律如图 2 所示。从图 2 可以得出:靠近复合悬臂梁固定端的 ΔD_i 较大而在自由端的 ΔD_i 较小,本文结果与文献[5]的结果一致。(图 2 中 \circ 为文献[5]结果, \bullet 为本文结果。)

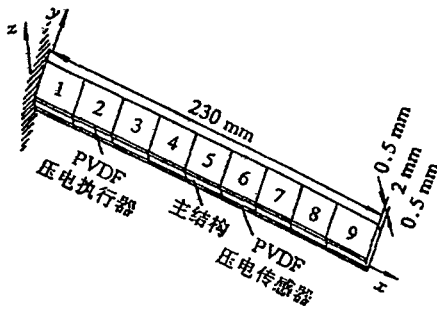


图1 复合悬臂梁模型

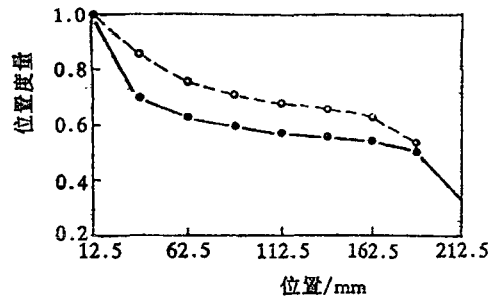


图2 智能结构传感器位置分布规律

4 结论

本文基于可观矩阵奇异值灵敏度,提出了一种新的有效的确定智能结构压电传感器优化位置的拓扑优化方法,进而提出了拓扑优化准则与讨论了优化过程。通过算例验证该方法的有效性。

参考文献:

- [1] Chang I J, Soong T T. Optimal Controller Placement in Modal Control of Complex Systems[J]. Journal of Mathematical Analysis Application, 1980, 75: 340 - 358.
- [2] Haftka R T. Optimum Placement of Control for Static Deformations of Space Structures [J]. AIAA Journal, 1984, 22: 1293 - 1298.
- [3] Burdisso R, Haftka R. Optimal Location of Actuators for Correcting Distortions in Large Truss Structures [J]. AIAA Journal, 1989, 27 (10): 1406 - 1411.
- [4] Liu C, Tasker F A. Sensor Placement for Multi - Input Multi - Output Dynamic Identification, Proceeding of the 36th Structures [A]. Structural Dynamics and Materials Conference [C]. Washington, DC: AIAA, 1995: 3327 - 3337.
- [5] Kang Y K, Park H C, Hwang H, et al. Optimum Placement of Piezoelectric Sensor/Actuator for Vibration Control of Laminated Beams [J]. AIAA Journal, 1996, 34 (9): 1921 - 1926.
- [6] Chen S, Cao Z, Wen B. Dynamic Behaviors of Open Loop Systems of Intelligent Structures [J]. Journal of Aerospace Engineering, 1999, 213: 293 - 303.

A Topological Optimal Method of Determining Locations of The Piezoelectric Sensors

CAO Zong - jie, LIANG Jian - min

(Department of Aeronautic Mechanics, the Second Aeronautic Institute of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract: On the basis of element sensitivities of the observable matrix singular - values, a technique to determine the locations of piezoelectric sensors of intelligent structures is presented in this paper. In order to obtain optimal locations of sensors of intelligent structures, steps are taken as follows: firstly, a modal analysis of the initial structure is carried out with piezoelectric sensors on the given domain; secondly, the observable modes corresponding to singular - values are taken with the singular - value decomposition method; thirdly, formulation of the element sensitivity of the singular - value of controllability is developed; fourthly, the element sensitivity of the singular - values is chosen as the measure and the criterion to determine optimal locations of sensors. A threshold value is given and optimal procedure is presented to determine which sensor element needs to be kept/removed based on the sensitivity information. Locations of sensors are determined as the point where the element sensitivities of the singular - values are maximum. One numerical example is taken to illustrate the applications of the present method.

Key word: topological optimization; piezoelectric; sensors element sensitivity of singular - values