

混沌信号产生电路的研究

李小春, 朱双鹤, 王国红, 曹国雄, 黄河
(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:主要通过对混沌电路的设计及其混沌振荡机理的研究,使得在任何情况下再现混沌信号成为可能。仿真结果表明新设计的电路不仅能有效地产生混沌信号,而且无论是从电路的设计还是产生混沌信号的结果来看,都有着现有混沌电路所不具备的许多优点。

关键词:混沌;蔡氏电路;混沌轨道;相平面

中图分类号:TP273 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)05-0021-04

人们把混沌比喻为继相对论与量子力学之后物理界的第三次大的发现,就在于根据混沌信号的特点,宽频谱、似噪声、对初始值的极端敏感性、内在的随机性等特性,人们预测如果能将混沌信号应用于实际应用领域的活,必将会对人们的生活产生重大的影响。混沌应用领域很多但目前通信领域的应用尤为突出,一方面它是扩频通信选择的一种理想的伪随机序列,另一方面,它是保密通信选择的一种理想的载波信号。因此要想利用混沌进行通信,首先必须产生混沌信号。本文主要通过对现有的混沌产生电路分析的基础上,对混沌产生电路的关键部分提出了一种新的设计方法,从电路元件及参数值的设计到混沌产生机理及混沌信号的产生进行了较详细的研究。

1 蔡氏电路

“蔡氏电路”是研究混沌的一个典型电路,它是由蔡少棠在1983年发明的。它是一个三维自治振荡系统,如图1所示。其中最关键的是非线性电阻 N_R 部分的设计。在构造 N_R 时方法很多,但有一个原则,即最终的 $v-i$ 特性符合图2所示的特性曲线,因为这是蔡氏电路产生混沌现象的前提。

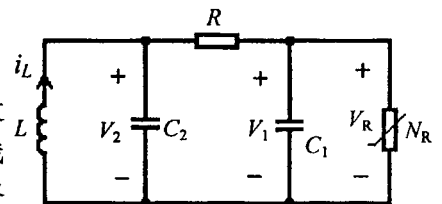


图1 蔡氏电路

2 三段线性负电阻电路设计的新方法

2.1 三段线性负电阻电路的设计

根据文献[1]第9页图e中二极管的规范折线模型,提出了一个这样的设想:如果能利用二极管的折线模型将其伏安特性曲线的另一半对称地补画出来的话,再通过一反向变换电阻的器件加在所设计的电阻电路的前面,将所设计的电阻电路由正电阻变为负电阻,那么我们就可设计出一种完全符合要求的负电阻电路。

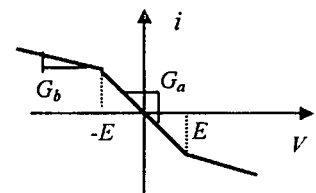


图2 非线性电阻 N_R 的 $v-i$ 特性

因为运放具有移相的作用,这里我们采用两个电阻及一个运放(如图3虚线框内)来设计负电阻变换器,利用四个电阻 R_1, R_2, R_3, R_4 及四个二极管设计三段线性正电阻电路,按照上面的设计思想,设计出的分段线性负电阻电路如图3。

收稿日期:2001-01-12

基金项目:院科研基金资助项目(KD00J100)

作者简介:李小春(1974-),女,河南修武人,博士生,主要从事神经网络应用与非线性电路的研究。

该正电阻电路(除掉虚线框后剩余的电路)特性方程应为

$$i = A + B v + C_0 |v - v_{01}| + C_1 |v - v_{02}| \tag{1}$$

式中, $A = -\frac{1}{2}(G_1'v_{01}' + G_2'v_{02}')$, $B' = \frac{1}{2}(G_1' + G_2')$,

$C_0 = \frac{1}{2}G_1'$, $C_1 = \frac{1}{2}G_2'v_{01}' = U_{02}$, $v_{02} = U_{01} + v_+$,

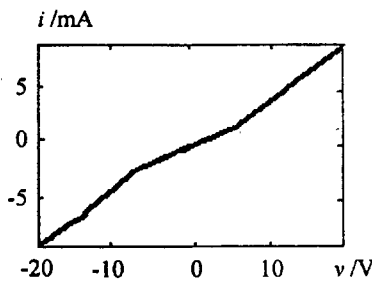
$G_1 = 1/R_3$, $G_2 = 1/R_4 + 1/R_3$, $U_{01} = U_{02} = U_{03} = U_{04}$

式中的参数是加正向电压时所取的值,当加反向电压时,上式中 R_3 换成 R_2 , R_4 换成 R_1 。

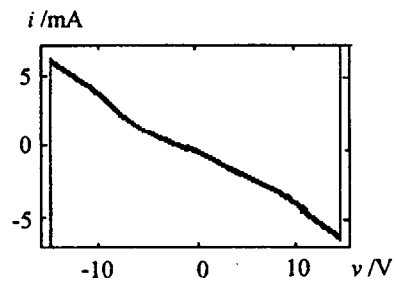
由式(1)可以看出,如果 v_- 和 v_+ 较大,二极管的死区阈值电压就可以忽略,即新的 $v-i$ 特性曲线中 v_{01}' 应近似为 0,即原点的位置,而 v_{02}' 的电压值就近似等于 v_+ 。根据上述二极管的 $v-i$ 特性曲线,新的 $v-i$ 特性曲线应是如图 4 所示的分段线性曲线,由此可见,由二极管的规范模型提出的这种设计方法,体现的不再是二极管折线特性,二极管在这里所起的作用仅仅是它的单向导通特性。当 $R_2 = R_3$, $R_1 = R_4$ 时,所得到的特性曲线就近似于图 4 所示关于原点对称的三段线性特性。再加上虚线框内的反向变换电阻后就得到图 2 所示的负电阻特性曲线。

2.2 仿真结果

为了验证新设计电路的可靠性,采用 EWB 对如图 2 所示电路进行了仿真,各参数取值分别为 $R_2 = R_3 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_1 = R_4 = 4.5 \text{ k}\Omega$,二极管采用 mbrs340t3, v_- 和 v_+ 的幅值为 7 V。所加的端电压取值范围为 $-20 \text{ V} \sim +20 \text{ V}$,步长为 1,对每一个电压值,相应地测出它的电流值,在 MATLAB 中描绘出来的 $v-i$ 特性曲线如图 5 所示。



(a) 不加负载时



(b) 加负载时

图 5 变换器的 $v-i$ 特性

由图可见,这种设计方法能可靠的设计出一个三段线性的负电阻。从图中也可以看出,这种近似于原点对称的分段线性性正是由于所选电阻比二极管动态电导大得多,所加电压比二极管阈值电压大得多的结果。从而说明上面的设计思想是完全正确的。

2.3 仿真结果分析

仿真表明本文提出的设计方法不仅结果正确,而且简单实用,它相对于现存的分段线性负电阻电路^[2]有以下三个主要的优点:

1) 由于所有的物理实际电阻最终都是无源的,意味着当加在它两端的电压足够大时,瞬时功率是正的,即正电阻部分是不可避免的。新方法的 $v-i$ 特性曲线表明它可以有效减小正电阻区域,降低了混沌振荡的不稳定性。

2) 新方法设计非常简单。 $v-i$ 特性的第一个转折点几乎完全由 v_- 和 v_+ 的幅值确定,各段的斜率可以很容易的由四个电阻通过简单计算得到,而以往的电路设计是非常复杂的。

3) 由于构造分段线性正电阻比较容易,因此该设计方法是设计分段线性正电阻的一种简单而实用的有效方法。

3 蔡氏电路产生混沌现象的研究

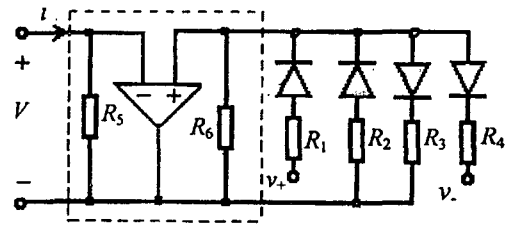


图 3 分段线性负电阻电路

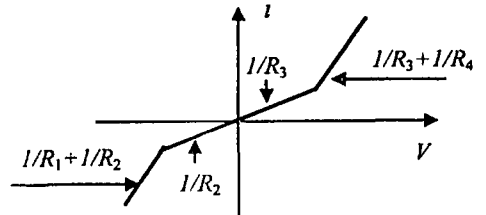


图 4 分段线性正电阻的 $v-i$ 特性曲线

3.1 混沌振荡机理

混沌机理的研究包括混沌同步、控制、检测和吸引子重构等方面的理论。本文所涉及的振荡机理主要是指吸引子重构的理论范畴,即产生混沌振荡的条件。

混沌的形成被人们比喻成厨师擀面揉面的操作一样,即通过在动态系统轨道附近对动态系统进行反复的伸缩折叠变换,最终就形成了混沌。动态系统具有这样的拉伸和折叠特性是和动态系统自身的特性密切相关的,这里以三阶自治系统 $X = F(X), X(0) = X_0$ 为例,实践表明,动态系统如果具有一对不稳定的复特征值和一个稳定的实特征值,则会出现原来两条相靠近的轨道会沿着复特征平面指数分离,这就为拉伸机理提供了条件;同样,动态系统如果具有一对稳定的复特征值和一个不稳定的实特征值,此时向量空间 $F(X)$ 一个小的扰动 $F(X)$ (通过改变系统中的一个或几个参数而获得)就有可能有横断同宿点轨道或马蹄现象的出现,这些现象的出现就暗示了许多任意长的以及以周期解为边界的复杂的混沌轨道的出现,这些轨道称为混沌轨道。下面利用上面设计的电路来研究用蔡氏电路构造混沌吸引子的方法。

3.2 从定量的角度说明产生混沌的条件

通过对图 1 电路的计算表明,

当 $|v_1| \leq E$, 系统的特征值由特征多项式 $\lambda^3 + \left(\frac{G}{C_2} + \frac{G_a}{C_1}\right)\lambda^2 + \left(\frac{1}{LC_2} + \frac{GG_a}{C_1C_2}\right)\lambda + \frac{G_a}{LC_1C_2}$ 的零点决定; 当 $|v_1|$

$> E$, 系统的特征值由特征多项式 $\lambda^3 + \left(\frac{G}{C_2} + \frac{G_b}{C_1}\right)\lambda^2 + \left(\frac{1}{LC_2} + \frac{GG_b}{C_1C_2}\right)\lambda + \frac{G_b}{LC_1C_2}$ 的零点决定; 电路的平衡点在外

$$\text{部区为 } P_- = \begin{bmatrix} \frac{G(G_b - G_a)E}{G + G_b} \\ 0 \\ \frac{(G_a - G_b)E}{G + G_b} \end{bmatrix}, \quad P_+ = \begin{bmatrix} \frac{G(G_a - G_b)E}{G + G_b} \\ 0 \\ \frac{(G_b - G_a)E}{G + G_b} \end{bmatrix}, \text{ 在内部区为 } P_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

任何非线性电路产生混沌的条件都应该至少保证电路的一个李亚谱诺夫指数 (Lyapunov Exponent) 为正,这是产生混沌的一个普适条件,然而实际使用混沌进行通信时,我们更关心的是如何快速而准确地找到产生混沌的参数区,而混沌的产生不仅和电路的元件参数取值有关系,而且与初始条件的取值有密切的关系,因此确定混沌区的关键就是确定参数的电路的元件参数值和初始条件值。在文献[3]中利用谱分析的方法对电路元件参数值的设计给出了较详细的阐述,但有一点不太合适的就是确定 α, β 两个参数的方法,因为从文献[3]图 1 中确定电路产生混沌振荡时这两个参数的确切值是比较困难的,因此将确定这两个参数的方法改为下列方法。

对描述图 1 电路的微分方程作如下变量替换:

$x = v_1/E, y = v_2/E, z = I/EG, m_0 = 1 + G_a/G, m_1 = G_b/G, \alpha = C_2/C_1, \beta = C_2/LG^2, \tau = tG/C_2$, 可得

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \alpha(y - h(x)), \\ \frac{dy}{d\tau} &= x - y + z, \\ \frac{dz}{d\tau} &= -\beta y, \end{aligned} \tag{2}$$

式中,
$$h(x) = \begin{cases} m_1x + (m_0 - m_1), & x > 1 \\ m_0x, & -1 \leq x \leq 1 \\ m_1x + (m_1 - m_0), & x < -1 \end{cases}$$

利用 MATLAB 仿真出 x 随 α, β 振荡的动态曲线如图 6 所示。

由该图很容易确定出电路处于混沌振荡时 α, β 的值,然后由 α, β 的值就很容易确定出电路各元件的值。由上述方法确定的元件参数值符合混沌振荡的机理,比如采用下面仿真的参数值时在内部区三个特征值为 $\gamma_0 \approx 5.906$ 不偿失 $3 \sigma_0 \pm j\omega_0 \approx -1.028 1 \pm 3.370 9i$

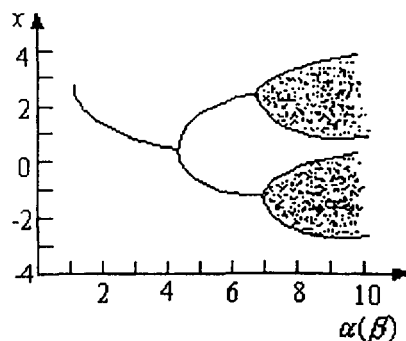


图 6 x 随 α, β 振荡的动态曲线

在外部区三个特征值为 $\gamma_1 \approx -5.8454$ $\sigma_1 \pm j\omega_1 \approx 0.1727 \pm 3.4079i$

除了元件参数值的确定外,电路初始值的确定也是一个很关键的因素。根据产生混沌的机理及仿真结果,初始值的确定应遵循下列方法,首先根据 P_+ , P_- , P_0 的计算公式计算电路的三个平衡点,初始值只要将任何一个平衡点作一小的扰动就可使电路顺利进入混沌振荡。

3.3 仿真结果

根据参数确定的方法当选取元件值 $R_1 = 2.44 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 2.44 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 11 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, 改变 R 发现当初始值为 $(-1 \ 0.2 \ 0.1)$ (此时电路的三个平衡点为 $(-0.93 \ 0 \ 0.12)$ $(0 \ 0 \ 0)$ $(0.93 \ 0 \ -0.12)$) $R = 1.60 \text{ k}\Omega \sim 2.1 \text{ k}\Omega$ 时,仿真得到 v_{c1} (即 v_1)—— v_{c2} (即 v_2) 的相平面图为双涡卷混沌吸引子如图 7(a) 所示

当选取元件值 $R_1 = 2.44 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 2.44 \text{ k}\Omega$, $R = 1.75 \text{ k}\Omega$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, 改变 C_1 时发现当初始值为 $(-1 \ 0.2 \ 0.1)$, $C_1 = 8.8 \sim 12.6 \text{ nF}$ 时仿真得到的 v_{c1} (即 v_1)—— v_{c2} (即 v_2) 的混沌双涡卷吸引子的相平面图如图 7(b) 所示。

4 结论

双涡卷吸引子的出现是产生混沌的一个有力依据。仿真结果表明,本文提出的分段线性负电阻的设计方法不仅简单实用,而且利用该设计方法得到的混沌产生电路也大大地扩大了蔡氏电路产生混沌的参数区(比如利用文献[2]中的电路,当选取元件参数值为 $R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 220 \ \Omega$, $R_4 = 3.3 \text{ k}\Omega$, $R_5 = R_6 = 220 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, 初始值为 $(0.15264 \ -0.02281 \ 0.38127)$, $R = 1.65 \sim 1.93 \text{ k}\Omega$ 时电路处于混沌振荡状态),这一点正是新方法设计的非线性电路有效地减小了正电阻区的缘故,这一优点也使得利用混沌信号进行保密通信时所能掩盖的信息信号的范围更大。因此这一电路是产生混沌的比较理想的电路。关于实验结果的研究将另文报道。

参考文献:

- [1] 徐清华. 非线性电路分析[M]. 北京:高等教育出版社,1992.
- [2] 钟国群. 蔡氏电路混沌同步保密通讯[J]. 电路与系统学报,1996,1(1):19-20.
- [3] 周金芳,冉立新,陈抗生. 基于混沌信号频谱分布的混沌电路参数选择方法[J]. 浙江大学学报,1999,33(5):488-491.

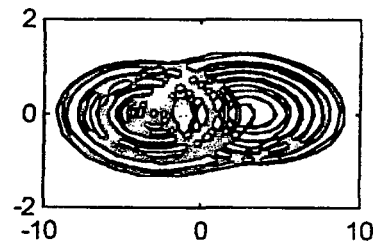
A Research on the Generation of Chaotic Signals

LI Xiao-chun, ZHU Shuang-he, WANG Guo-hong, CAO Guo-xiong, HUANG He

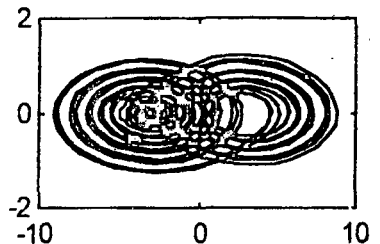
(The Telecommunications Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract. In this paper, both the design of chaotic circuit and the study of the mechanism of chaotic oscillation make it possible for the chaotic signal to recur in any case. The simulation results show that the newly-designed circuit can generate chaotic signals effectively and has lots of advantages over the present chaotic circuit in terms of the circuit design as well as of the results of generating chaotic signals.

Key words. chaos; Chua's circuit; chaotic orbit; orbit phase plane



(a)



(b)

图7 混沌振荡的仿真结果