防空战略作战的势战模型研究

申卯兴，　李为民，　陈永革
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原　713800)

摘　要:基于对防空战略作战势战律的认识,首次引入了防空战略体系的势战的动力学模型,对模型进行了初步的分析,得到了一些有益的启示。

关键词:势函数;动力学模型;平衡点;势战律
中图分类号:E816　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 - 3516(2001)04 - 16 - 18

在高技术条件下的局部战争中,由于空中威胁明显增大,防空作战的战略地位尤其突出、防空对抗激烈、方式多样、作战空间广阔、战场环境复杂等特点,研究、揭示防空战略作战的基本规律,全面推进防空战略建设,成为迫切需要解决的重大问题。文献[1]基于对防空战略作战势战律的认识,首次引入了防空战略体系的势函数的概念,建立了势的比较、等势面、势的发展等概念,提出了势的规划问题,并结合模型对防空战略作战体系建设得到了一些非常有益的启示。本文在此基础上,从战略对抗的角度出发,引入了防空战略体系的势战的动力学模型,并对模型进行了初步的分析。

1　势函数的概念

防空战略作战的势战律是指:防空战略作战总是依托其防空体系对战略空袭形成的"势"进行作战的,势的优劣是相对的,在一定条件下可以互相转化。在防空战略作战中,促进"势"转化的主要因素有:防空战略作战实力的增强或减弱;防空战略作战布局对战略空袭的适应度;防空战略作战指导的正确与否等。其中,作战指导是决定性因素。防空战略作战的势的概念,我们可以以同样的机理运用于平时和战时,平时表现为势的竞争,战时表现为作战的依托或一种合成属性。具体应用中应考虑具体的时间段的划定。

防空战略体系中各个系统均具有客观的实体系统和参量信息系统,其有机构成使防空体系形成了自己的作战实力。记防空作战中的作战实力(兵力、武器装备等)为 P,可利用指数化的思想方法将 P 表现为一个正实数,$P\in[0,+\infty)$;记防空作战中的布局(相关部署、兵种部署、兵种的合成等)对战略空袭的适应度为 R,$R\in[0,1)$;记防空作战中的作战指导(作战指挥、命令下达等)正确率为 G,$G\in[0,1)$,这其中的 R、G 的值可以利用系统工程的方法有效地获取。

如果不考虑交战对方的影响,而单纯从自己方建设的角度考虑,我们可以设防空战略体系的势函数为 $U=U(P,R,G)$,其状态变量 $X=(P,R,G)$,则 $U=U(X)$,其中 $P\in[0,+\infty)$,$R\in[0,1)$,$G\in[0,1)$。各种态变量对时间具有依赖性,势的变动是时间的复合函数。从战略建设的角度讲,我们可通过对函数 $U=U(P,R,G)$ 的分析研究得到一些有益的结论,对此已有另文讨论。

实际上,交战双方的势必然会具有相互影响。那么,我们可以设红、蓝双方的势函数分别为

$$U_r=U_r(P_r,R_r,G_r,U_b) \tag{1}$$

$$U_b=U_r(P_b,R_b,G_b,U_r) \tag{2}$$

则

$$\frac{dU_r}{dt}=\frac{\partial U_r}{\partial P_r}\frac{dP_r}{dt}+\frac{\partial U_r}{\partial R_r}\frac{dR_r}{dt}+\frac{\partial U_r}{\partial G_r}\frac{dG_r}{dt}+\frac{\partial U_r}{\partial U_b}\frac{dU_b}{dt} \tag{3}$$

收稿日期:2000 - 01 - 12
作者简介:申卯兴(1961 -),男,陕西合阳人,副教授,主要从事军事运筹学研究.

$$\frac{\mathrm{d}U_b}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial U_b\mathrm{d}P_b}{\partial P_b\ \mathrm{d}t}+\frac{\partial U_b\mathrm{d}R_b}{\partial R_b\ \mathrm{d}t}+\frac{\partial U_b\mathrm{d}G_b}{\partial G_b\ \mathrm{d}t}+\frac{\partial U_b\mathrm{d}U_r}{\partial U_r\ \mathrm{d}t} \tag{4}$$

对于势函数的这种时变,在此我们暂不做讨论。下面我们来探讨一下势战的动力学模型。

2 势战的动力学模型

设 α、β 依次分别为红、蓝双方的自身促进系数,λ、μ 依次分别为红、蓝双方的受制于对方的压制系数,$r(t)$、$b(t)$依次分别为红、蓝双方的动力偏差项(心理影响、故意使诈等等),基于各方势的扩张或抑制,建立如下的势战动力学模型:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}t}=\alpha U_r+\beta U_b+r(t)\\ \dfrac{\mathrm{d}U_b}{\mathrm{d}t}=\lambda U_b+\mu U_r+b(t)\end{cases} \tag{5}$$

其中:α、β、λ、μ 为非零实常数,$r(t)$、$b(t)$一般情况下是时间的函数。依 α、β、λ、μ 取值的正负可分为如下 4 种情况:

1)$\alpha>0$、$\lambda>0$ 而 $\beta<0$、$\mu<0$ 表示:红、蓝双方彼此都要增强自身的势的建设,双方的敌意越强,双方的势就越快速增长,对方的势抑制已方势的增长,而已方具有充裕的人力物力等客观实力基础以满足在自己现有的势的基础上使已方的势再增长。此即双方扩张模型。

2)$\alpha<0$、$\lambda<0$ 而 $\beta>0$、$\mu>0$ 表示:红、蓝双方彼此都要增强自身的势的建设,双方的敌意越强,双方的势就越快速增长,对方的势刺激已方势的增长,而往往由于受人力物力等客观因素的限制,已方的势增长要受到已方现有势的抑制作用。此种情况与军备竞赛的 L. F. Richardson 模型相似。此即双方平抑模型。

3)$\alpha<0$、$\mu<0$ 而 $\beta>0$、$\lambda>0$ 表示:红、蓝双方彼此都要增强自身的势的建设,双方的敌意越强,双方的势就越快速增长,蓝方的势刺激红方势的增长,而由于受人力物力等客观因素的限制,红方的势增长要受到自己现有势的抑制作用。但是,相反地,蓝方具有充裕的客观基础以满足在自己现有的势的基础上使已方的势再增长,而红方的势对蓝方的势具有抑制作用。此即红抑蓝扩模型。

4)$\alpha>0$、$\mu>0$ 而 $\beta<0$、$\lambda<0$ 表示:红、蓝双方彼此都要增强自身的势的建设,双方的敌意越强,双方的势就越快速增长,红方的势刺激蓝方势的增长,而由于受人力物力等客观因素的限制,蓝方的势增长要受到自己现有势的抑制作用。但是,相反地,红方具有充裕的客观基础以满足在自己现有的势的基础上使已方的势再增长,而蓝方的势对红方的势具有抑制作用。此即蓝抑红扩模型。

令

$$\begin{cases}\alpha U_r+\beta U_b+r=0\\ \lambda U_b+\mu U_r+b=0\end{cases} \tag{6}$$

得平衡点

$$(U_r^*,U_b^*)=\left(\frac{\lambda_r-\beta_b}{\beta\mu-\alpha\lambda},\frac{\alpha b-\mu r}{\beta\mu-\alpha\lambda}\right),\quad(\beta\mu-\alpha\lambda\neq0) \tag{7}$$

假设 $r(t)$、$b(t)$不随时间变化而为非时变的常数 r、b,并令

$$\begin{cases}x=U_r-U_r^*\\ y=U_b-U_b^*\end{cases} \tag{8}$$

则可以将势战动力学模型转化为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\alpha x+\beta y\\ \lambda y+\mu x\end{cases} \tag{9}$$

3 势战动力学模型分析

对于模型(9),我们可以通过在 xy 相平面上分析其轨线在平衡点$(\bar{x},y)=(0,0)$周围的特性而得到模型(5)在相平面 U_rU_b 上的解在平衡点$(U_r,U_b)=(U_r^*,U_b^*)$周围性质。

模型(9)的特征方程为

$$\begin{vmatrix} \alpha - s & \beta \\ \mu & \lambda - s \end{vmatrix} = 0, \text{即} \quad s^2 - (\alpha + \lambda)s + (\alpha\lambda - \beta\mu) = 0 \tag{10}$$

特征根 $$s_{1,2} = \frac{1}{2}[(\alpha + \lambda) \pm \sqrt{(\alpha + \lambda)^2 - 4(\alpha\lambda - \beta\mu)}] = \frac{1}{2}[(\alpha + \lambda) \pm \sqrt{(\alpha + \lambda)^2 + 4\beta\mu}] \tag{11}$$

当 $\alpha\lambda - \beta\mu < 0$ 时,$s_1 > \alpha + \lambda, s_2 < 0$;

当 $0 < \alpha\lambda - \beta\mu < \frac{1}{4}(\alpha + \lambda)^2$ 时,$s_1 > \alpha + \lambda, s_2 < \alpha + \lambda$;

当 $\alpha\lambda - \beta\mu > \frac{1}{4}(\alpha + \lambda)^2$ 时,s_1, s_2 为一对共轭复根,其实部为 $\frac{1}{2}(\alpha + \lambda)$;

当 $\alpha\lambda - \beta\mu = \frac{1}{4}(\alpha + \lambda)^2$ 时,$s_1 = s_2 = \frac{\alpha + \lambda}{2}$。

对于模型(9),由微分方程定性理论分析可知,平衡点稳定的充要条件是所有特征具有负实部。从而,可知,当

$$\alpha + \lambda < 0 \quad 且 \quad \alpha\lambda - \beta\mu > 0 \tag{12}$$

时,平衡点才是稳定的。否则,平衡点不稳定。

这就是说,当促进系数和抑制系数满足(12)式时,双方都不会无限地使自己的势膨胀而会使势的对抗稳定在平衡点(U_r^*, U_b^*)附近,从而带来和平。相反若不能满足(12)式的条件,必然至少有一方的势不断扩张而导致战争爆发的威胁存在。

那么,对于双方扩张模型,由于 $\alpha > 0$、$\lambda > 0$,所以,双方的势战只会不断升级,没有和平而言;对于双方平抑模型,由于 $\alpha < 0$、$\lambda < 0$,仅当 $\alpha\lambda - \beta\mu > 0$,即 $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\mu}{\lambda}$ 时,双方的势战会趋向于和平稳定;对于红抑蓝扩模型,仅当 $\alpha > \lambda$,且 $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\mu}{\lambda}$ 时,双方的势战会趋向于和平稳定;对于蓝抑红扩模型,仅当 $-\alpha < \lambda$,且 $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\mu}{\lambda}$ 时,双方的势战会趋向于和平稳定。

4 结束语

本文对防空作战势战模型只是初步的引入分析,对于模型中双方的各种促进或抑制作用的幅度、交互影响、模型解的稳定程度、不稳定性及其程度以及多方势战模型的探讨等等还有待于进一步讨论研究。

参考文献:

[1] 王凤山,申卯兴. 防空战略作战的势战律建模研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2000,1(4):80-82.
[2] 陈鸿猷. 防空战略学[M]. 北京:解放军出版社,1999.
[3] 姜启源. 数学模型[M]. 北京:高等教育出版社,1987.
[4] 张最良. 军事运筹学[M]. 北京:军事科学出版社,1993.

Researches on the Model of Air Defence Strategy Warfare

SHEN Mao - xing, LI Wei - min, CHEN Yong - ge
(The Missile Institute of the Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: The concept of potential function and the dynamic model has been introduced for air - defence strategy system based on the knowledge of the potential warfarelaw. With these models and its elementary analysis, we have obtained some valuable conclusions for air - defence strategy system.

Key words: potential function; dynamic model; equilibrium point; potential warfarelaw