

空一地攻击任务剖面内飞机可信度矩阵的构造

郭基联, 董彦非

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:可信度建模是飞机系统效能评估的重要内容。文中在阐述系统效能特点的基础上,分析了生存力对飞机效能的重要影响。建立了空一地攻击任务剖面内飞机可信度的数学模型,并依据飞机生存力评估的有关计算公式,结合具体例子研究了作战对抗环境下飞机可信度矩阵的构造方法与步骤。

关键词:空一地攻击;可信度;飞机;系统效能

中图分类号:E926.3 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)03-14-17

飞机完成规定的任务剖面的能力大小称为飞机的系统效能^[1]。系统效能是效能度量的一种,它从飞机系统自身的角度出发,对影响飞机效能的各因素如可靠性、维修性、保障性、固有能力和能力等指标进行综合分析,从而得出单一的度量值,以便于决策参考。在评估飞机系统效能的各种模型中,应用最为广泛的是美国工业界武器系统效能委员会(WSEIAC)提出的评估模型,它可表示为

$$E = A \times D \times C \quad (1)$$

式中, E 为系统效能; A 为可用度向量; D 为可信度矩阵; C 为固有能力和能力向量。

该模型表达了可靠性、维修性、保障性特性(R·M·S)在飞机系统效能中的重要作用,尤其是可信度 D 主要依据飞机的R·M·S指标直接计算得到。因此,这种系统效能模型通常是对飞机“相对静态”效能的一种度量,表示飞机在无敌对威胁条件下正常使用时可持续执行任务的能力。然而,作战飞机在实际执行任务过程中,由于敌方的对抗而可能使我方攻击飞机的部分效能不能充分发挥甚至失灵。如遭受敌方防空火力打击和电子干扰等致使我方攻击飞机机体受损、制导或告警系统失灵等,都会影响作战任务的完成。因此,在实际作战对抗环境中,可信度 D 的计算必须将飞机的作战生存力考虑在内。本文研究了飞机在敌对环境中执行对地攻击任务时可信度的计算。

1 空一地攻击任务剖面内飞机可信度的数学模型

可信性是指装备在任务开始时可用性给定的情况下,在规定的任务剖面中的任一随机时刻,能够使用且完成规定功能的能力^[2]。在(1)式中,可信度矩阵可表示为

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

式中 n 为系统在开始执行任务时的状态数目, d_{ij} 是系统由初始状态 i 经历任务期间到任务结束时转移到状态 j 的转移概率。

空一地攻击任务是指飞机在一个敌对环境中攻击指定的地面(海面)目标的作战任务^[3]。本文考虑单架飞机在敌防空火力威胁下攻击地面被动目标的情况。

已知飞机的平均故障间隔时间(MTBF)和平均修复时间(MTTR),并且对于飞机这样的复杂系统,其故障率可认为近似服从指数分布^[4]。飞机执行空一地攻击任务总时间为 t ,其中飞机从进入到离开目标防空火力圈的时间为 t_1 ,并完成对目标的攻击。假设飞机一进入防空火力圈即受到防空炮火的攻击,攻击过程是一个强度为 λ 的泊松过程^[5-6]。

任务开始时,飞机有两种可能状态,1为工作状态,2为故障状态。假设飞机在任务期间对发生的故障不能修复。因此,在不考虑作战对抗环境时,有

$$d_{11} = \exp(-t/\text{MTBF}); \quad d_{12} = 1 - d_{11}; \quad d_{22} = 1; \quad d_{21} = 0$$

$$\text{故} \quad D = \begin{pmatrix} \exp(-t/\text{MTBF}) & 1 - \exp(-t/\text{MTBF}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

攻击地面目标时,飞机在 t_1 时间内,受到 $i(i=0,1,2,\dots)$ 次地面防空炮火的攻击。根据泊松定理,其概率 P_{g^i} 为

$$P_{g^i}(0, t_1) = \frac{(\lambda t_1)^i}{i!} e^{-\lambda t_1}, (t_1 > 0), i = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

设飞机在受到第 i 个单次攻击下被杀伤的概率为 P_{k_i} ,则飞机受到 n 个同类随机打击下被杀伤的概率 $P_k^{(n)}$ 为

$$P_k^{(n)} = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - P_{k_j}) \quad (4)$$

因此,在 t_1 时间内,飞机被杀伤的概率 P 为

$$P = \sum_{i=1}^{\infty} P_{g^i}(0, t_1) P_k^{(i)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda t_1)^i}{i!} e^{-\lambda t_1} \cdot [1 - \prod_{j=1}^i (1 - P_{k_j})] \quad (5)$$

实际作战对抗中, t_1 相对于 t 较小,且 P_{g^i} 随攻击次数偏离数学期望值而快速减小, i 可根据实际情况选取合适的值。此时,

$$d_{11} = (1 - P) \cdot \exp(-t/\text{MTBF}); \quad d_{12} = 1 - d_{11}; \quad d_{22} = 1; \quad d_{21} = 0$$

$$D = \begin{pmatrix} (1 - P) \exp(-t/\text{MTBF}) & 1 - (1 - P) \exp(-t/\text{MTBF}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

从以上分析可知,实际作战对抗环境下,可信度矩阵构造的关键在于单次攻击时飞机被杀伤概率 P_k 的计算^[7]。

2 单次攻击时飞机被杀伤概率 P_k 的计算

先介绍飞机生存性评估中常用的两个概念:飞机的易损面积和脱靶距离。

飞机的易损面积 A_v 定义为部件在垂直于威胁物(如弹丸、导弹、辐射物等)发射线的平面内的暴露面积 A_p 与给定击中下的杀伤概率 $P_{k/h}$ 的积,即 $A_v = A_p \cdot P_{k/h}$ 。易损面积不能简单地和实际的物理面积对应起来,它是一个理论上的概念,数值上等于暴露面积 A_p (飞机暴露于威胁物下的面积)与0之间的一个值,并认为易损面积被威胁物击中就会导致飞机损伤。它是度量飞机相对于非爆穿透物或碎片易损性的一种有效方法。飞机及其部件的易损面积一般根据战争损伤报告和试验结果提供的数据素材,在经验数据、工程判断和实验综合的基础上得出。

威胁物的脱靶距离是指飞机被攻击时威胁物相对于飞机的偏差。脱靶距离本质上是一个误差,通常用概率统计方法来度量。其频率分布 $\rho(x, y)$ 可用二维正态分布表示

$$\rho(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (7)$$

式中, μ_x, μ_y 为 x, y 方向上的平均偏差; σ_x, σ_y 为 x, y 方向上的标准方差。

实际应用中,通常有 $\mu_x = \mu_y, \sigma_x = \sigma_y$,上式可简化为一维圆形正态分布,

$$\rho(r) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (8)$$

式中, r 为从目标瞄准点开始的径向脱靶距离; σ_r 为圆形标准差。

圆形脱靶距离的圆概率误差(CEP)为

$$CEP = 1.177\sigma, \tag{9}$$

脱靶距离主要取决于威胁系统精确跟踪飞机和火控系统向飞机瞄准威胁物的能力。

飞机单次攻击的杀伤概率 P_k 取决于用于引导威胁物接近飞机的火控/制导系统的能力,采用的引信和飞机对威胁物的易损性。

$$R_k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y) P_f(x,y) V(x,y) dx dy \tag{10}$$

这里, $\rho(x,y)$ 是脱靶距离分布函数, $V(x,y)$ 是杀伤函数, 用来定义威胁物在截击平面内爆炸时引起的目标杀伤概率; $P_f(x,y)$ 是高爆弹头触发概率。

对于诸如小口径武器和带触发引信的高爆弹头等不装近发引信的弹头, 要引起飞机损伤就必须击中飞机, 此时 P_f 恒等于 1, $V(x,y)$ 可通过易损面积来度量。对于带近发引信的高爆弹头只需要接近目标, 利用弹头碎片杀伤目标, $V(x,y)$ 是一个与弹头杀伤半径有关的函数。具体推导可参阅文献[7], 这里只列出计算公式。

2.1 触发式弹头引起单次攻击杀伤概率

对(10)式在整个飞机范围内进行积分, 可得到以下计算公式,

$$P_k = \frac{A_v}{(2\pi\sigma_x^2 + x_0^2)^{1/2} (2\pi\sigma_y^2 + y_0^2)^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{\pi\mu_x^2}{2\pi\sigma_x^2 + x_0^2} - \frac{\pi\mu_y^2}{2\pi\sigma_y^2 + y_0^2}\right) \tag{11}$$

式中, 易损面积 $A_v = x_0 y_0$ 。

2.2 近发引信弹头引起的单次攻击杀伤概率

当触发概率 P_f 为常数时, (10)式积分后可表示为

$$P_k = \frac{r_0^2 P_f}{(2\sigma_x^2 + r_0^2)^{1/2} (2\sigma_y^2 + r_0^2)^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{\mu_x^2}{2\sigma_x^2 + r_0^2} - \frac{\mu_y^2}{2\sigma_y^2 + r_0^2}\right) \tag{12}$$

式中, r_0 为比例参数, $r_0 = 1.2r_c$, r_c 为弹头杀伤半径。

一维分析中, 可近似表示为

$$P_k = \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_x^2 + r_0^2}\right) P_f \tag{13}$$

3 应用实例

设某飞机的 MTBF = 4.2 h, MTTR = 0.8 h。飞机执行对地攻击任务, 任务总时间 $t = 2$ h, 其中用于攻击地面目标, 暴露于地面防空火力圈的时间 $t_1 = 0.1$ h。地面目标由高炮和地空导弹组成的火力系统来防御, 并认为高炮的一次齐射为单次攻击, 攻击强度 $\lambda_1 = 120 \text{ h}^{-1}$, 地空导弹发射一枚为单次攻击, 攻击强度 $\lambda_2 = 6 \text{ h}^{-1}$ 。

已知通过对易损性的分析, 确定致命性部件为座舱、油箱和发动机。飞机对高炮单次攻击的易损面积为 6 m^2 , 地空导弹的杀伤半径 r_c 为 10 m, 并假设飞机的致命性部件无冗余, 给定打击下的被杀伤概率和易损面积对每个单次打击均为常数。通过对敏感性的分析, 确定高炮在 x, y 方向上的偏差 $\mu_x = \mu_y = 6 \text{ m}$, 标准方差 $\sigma_x = \sigma_y = 3 \text{ m}$, 地空导弹的圆概率误差 CEP = 20 m, 由式(9)可知, $\sigma_r = CEP/1.177 = 16.99 \text{ m}$ 。假设引信触发概率 $P_f = 1$ 。

高炮单次打击的杀伤概率由式(11)得出, $P_k = 0.002579$, 地空导弹单次打击的杀伤概率由式(13)得出, $P_k = 0.1996$ 。由(3)式计算高炮和地空导弹攻击 i 次的概率, 由式(4)计算飞机受 n 次攻击的被杀伤概率, 部分结果见表 1、表 2 (被杀伤概率很小的值未列出)。

表 1 飞机被高炮杀伤概率的计算

i	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P_{gi} (10^{-2})$	2.55	4.37	6.55	8.74	10.2	11.4	11.4	10.6	9.05	7.24	5.43	3.83	2.55	1.61	0.97
$P_k^{(i)} (10^{-2})$	1.54	1.79	2.04	2.30	2.55	2.80	3.05	3.30	3.55	3.80	4.05	4.29	4.54	4.79	5.03
$P_{gi} \cdot P_k^{(i)} (10^{-2})$	0.04	0.08	0.13	0.20	0.27	0.32	0.35	0.35	0.32	0.28	0.22	0.16	0.12	0.08	0.05

表2 飞机被地空导弹杀伤概率的计算

i	1	2	3	4	5
$P_{gi} (10^{-2})$	32.93	9.88	1.98	0.3	0.04
$P_k^{(i)} (10^{-2})$	19.96	35.94	48.72	58.96	67.15
$P_{gi} \cdot P_k^{(i)} (10^{-2})$	6.57	3.55	0.96	0.17	0.02

因此,在 t_1 时间内,飞机被杀伤的概率, $P = \sum P_{gi} \cdot P_k^{(i)} = 0.1433$ 。由(6)式,可得飞机在此任务剖面中

$$D = \begin{pmatrix} (1 - 0.1433) \cdot \exp(-2/4.2) & 1 - (1 - 0.1433) \cdot \exp(-2/4.2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5321 & 0.4679 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

计算结果表明,飞机在实际作战对抗环境下的可信度有明显下降。

4 结束语

系统效能模型的突出优点是综合程度高,结果为单一数值,便于决策参考。但它通常是对飞机“相对静态”效能的一种度量,不能直接应用于实际作战对抗环境中。本文通过对空一地攻击任务剖面内飞机可信度模型和矩阵构造研究,得出了考虑飞机作战生存力时求解可信度矩阵的解析表达式,结果简明、直观,是飞机效能评估的一种有效方法。其模型和步骤也可应用于攻击地面主动目标以及空一空对抗任务剖面,但模型要复杂得多(其攻击过程不能简单地设为泊松过程),有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] 陈学楚. 装备系统工程[M]. 北京:国防工业出版社,1995.
- [2] 张 剑. 军事装备系统的效能分析、优化与仿真[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
- [3] Sivazlian B D. Aircraft sortie effectiveness model[R]. AD - A211594,1989.
- [4] 陈学楚. 维修基础理论[M]. 北京:科学出版社,1998.
- [5] Przemieniecki J S. Mathematical methods in defense analyses[R]. New York, AIAA Inc,1994.
- [6] 黄 俊,武 哲. 作战飞机的空一地攻击效能评估[J]. 航空学报,1999,20(1):69-71.
- [7] Ball Robert E. 飞机作战生存力分析和设计基础[M]. 林光宇,宋笔锋. 北京:航空工业出版社,1998.

Aircraft Dependability Modeling in the Mission of Air - to - Ground Strike

GUO Ji - lian, DONG Yan - fei

(The Engineering Institute of the Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Dependability modeling plays an important role in the evaluation of system effectiveness. In this paper, the aircraft survivability's great impact on system effectiveness is analyzed based on the conceptual introduction of system effectiveness. Then the matrix of dependability in the mission of air - to - ground strike is established. Finally, by giving an example, the method and steps of establishing dependability matrix in combat circumstance is studied.

Key words: air - to - ground strike; dependability; aircraft; system effectiveness