第6卷第1期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.6 No.1
2005年2月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Feb. 2005

广义决策约简同相对约简的关系

袁修久[1]， 杨合俊[2]， 张小水[1]
(1. 空军工程大学 理学院，陕西 西安 710051;2. 长安大学 理学院，陕西 西安 710064)

摘 要:对广义决策约简和相对约简的关系进行了研究。给出了广义决策约简是相对约简的充要条件和相对约简是广义决策约简的充要条件。特别的,得到了决策属性只取两个决策值的决策表,其广义决策约简同相对约简是等价的。通过本文使得利用广义决策约简计算相对约简和在一定的条件下利用相对约简计算广义决策约简成为可能。

关键词:粗糙集;广义决策约简;相对约简

中图分类号:TP18 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2005)01-0044-04

属性约简[1]是粗糙集理论的重要内容之一,计算属性约简是属性约简的基本问题。然而计算所有的约简和求最小属性约简都是NP-完全问题。属性约简仍然是一个远未解决的问题。在许多实际应用中,不一定要求最优的属性约简,只须求出一个属性约简即可[2]。对于不一致决策表除了定义了相对约简外,还定义了广义决策约简。如果在一个决策表中已经计算出了广义决策约简,能不能利用它们来求决策表的相对约简,反之,如果已求出了相对约简,能不能利用已知的相对约简求广义决策约简,从而减少计算量。针对这些问题本文给出了广义决策约简是相对约简的充要条件和相对约简是广义决策约简的充要条件。特别的,得到了决策属性只取两个决策值的决策表,广义决策约简同相对约简是等价的,从而使得利用广义决策约简计算相对约简和在一定的条件下利用相对约简计算广义决策约简成为可能。文献[3]研究了不一致决策表的各种约简关系,结合本文能够进一步认识不一致决策表的各种约简的关系。

1 基本概念

设$(U,A\cup\{d\})$是一个决策表,U为论域,A为条件属性集,d是决策属性。设$B\subseteq A$,记

$$R_B=\{(x,y):a(x)=a(y),a\in B\}$$

$$R_d=\{(x,y):d(x)=d(y)\}$$

则R_B和R_d都是论域U上的等价关系,其中$a(x)$,$d(y)$分别表示属性a,d在x,y处的属性值。R_B,R_d产生的分类记为

$$U/R_B=\{[x]_B:x\in U\},U/R_d=\{[x]_d:x\in U\}=\{D_1,D_2,\cdots,D_r\}$$

定义1[4] 设$(U, A\cup\{d\})$是一个决策表,若$R_A\subseteq R_d$则称决策表为一致决策表,否则称为不一致决策表。

定义2[1] 设$(U, A\cup\{d\})$是一个决策表,$B\subseteq A$, B非空,若$POS_A(d)=POS_B(d)$,则称B为相对协调集,若B是相对协调集,且B的任何真子集不是相对协调集,则B称为相对约简。记为

$$\partial_B(x)=\{d(y):y\in[x]_B\}$$

定义3[4] 设$(U, A\cup\{d\})$是一个决策表,$B\subseteq A$,若对于任意的$x\in U$,$\partial_B(x)=\partial_A(x)$,则称$B$是广义决策协调集,若$B$是广义决策协调集,且$B$的任何真子集不是广义决策协调集,则$B$称为广义决策约简。

收稿日期:2004-06-23
基金项目:空军工程大学学术基金资助项目(2002X15)
作者简介:袁修久(1966-),男,陕西旬阳人,副教授,主要从事数据挖掘,数理统计研究.

2　相对约简和广义决策约简的关系

对于不一致决策表,一般而言,广义决策约简和相对约简没有强弱关系。

例1　设不一致决策表$(U, A\cup\{d\})$如表1所示,其中$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$。

设$B_1=\{a_1,a_2\}$,容易验证B_1是相对约简,但是$\partial_{B1}(x_1)=\{1,2,3\}\neq\partial_A(x_1)=\{1,2\}$,故$B_1$不是广义决策约简。

反过来,容易验证$\{a_1,a_2,a_3\}$是广义约简,但是$\{a_1,a_2,a_3\}$不是相对约简,因为$\{a_1,a_2\}$是相对约简。

表1　不一致决策表

U	a_1	a_2	a_3	a_4	d
x_1	0	0	1	1	1
x_2	0	0	1	1	2
x_3	0	0	0	1	3
x_4	0	0	0	1	2
x_5	0	1	0	1	2
x_6	1	0	0	1	3
x_7	0	0	1	1	2

下面将研究对于给定的决策表$(U, A\cup\{d\})$,在什么样的条件下,相对约简是广义决策约简,反过来在什么条件下广义决策约简一定是相对约简。设$B\subseteq A$。$|\cdot|$表示集合的基。

定理1　设B是广义决策协调集,则B必是相对协调集。

证明　设B是广义决策协调集,则任给$x\in U$,$\partial_B(x)=\partial_A(x)$. 若$x\in POS_A(d)$,则$|\partial_A(x)|=1$,从而$|\partial_B(x)|=1$,由此得$x\in POS_B(d)$,故$POS_A(d)\subseteq POS_B(d)$,由于$POS_B(d)\subseteq POS_A(d)$,所以$POS_A(d)=POS_B(d)$,即$B$是相对协调。

推论1　设B是广义决策约简,则B是相对协调集。

推论2　设B是广义决策约简,则B是相对约简当且仅当B是相对独立的。

推论2说明如果已经知道了一个属性子集,它是广义决策约简,如果要验证它是相对约简,只须验证它的每个属性关于B是不是必要的即可。

如果在实际中只须求一个相对约简,推论1说明如果已经知道了广义决策约简,要求相对约简,只须在广义决策约简的基础上进行约简就可以了。

定理2　相对约简B是广义决策约简的充要条件是任给$x,y\in U$,当$|\partial_A(x)|>1$,$|\partial_A(y)|>1$,$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$时,有$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$。

引理1　B是广义决策协调集当且仅当对于任意的x, $y\in U$,当$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$时,$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$

证明　参见文献[5]定理6。

引理2　B是相对协调集当且仅当对任意的$x\in U$,若$|\partial_A(x)|=1$,则对任意的$y\in U$,当$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$时,$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$。

记$T([x]_B)=\{[y]_A:[y]_A\subseteq[x]_B\}$。因为$B$是$A$的子集,$T([x]_B)$是$[x]_B$的划分。

证明　设B是相对协调集,即$POS_B(d)=POS_A(d)$,假如$x\in U$,$|\partial_A(x)|=1$,则$x\in POS_A(d)$,从而$x\in POS_B(d)$,故$x\in U$,$|\partial_B(x)|=1$,所以$\partial_A(x)=\partial_B(x)$,任给$y\in U$,设$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$,若$[x]_B\cap[y]_B\neq\varnothing$,则$[x]_B=[y]_B$,故$\partial_A(x)=\partial_B(x)=\partial_B(y)$,故必有$|\partial_B(y)|=1$,从而$\partial_B(y)=\partial_A(y)$,$\partial_A(x)=\partial_A(y)$,这同$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$矛盾。

反过来,设$x\in POS_A(d)$,$|\partial_A(x)|=1$,任给$y\in[x]_B$,因为$[y]_B=[x]_B$,由假设$\partial_A(x)=\partial_B(y)$,又因$[x]_B=\cup_{[y]_A\in T([x]_B)}[y]_A$,所以$|\partial_B(x)|=1$,$x\in POS_B(d)$,故$POS_A(d)\subseteq POS_B(d)$,从而$POS_B(d)=POS_A(d)$

定理2的证明　由引理1,定理2的必要性显然,现在证明充分性。设B是相对约简,任给$x,y\in U$,且$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$。

1)若$|\partial_A(x)|$,$|\partial_A(y)|$中有一个是1,根据引理2,$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$;

2)若$\partial_A(x)>1$,$\partial_A(y)>1$,由假设$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$。

综上,对于任意的$x,y\in U$,当$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$时,$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$。由引理1,$B$是广义决策协调集。

设C是B的真子集,若C是广义决策协调集,由定理1,C是相对协调集,这同B是相对约简相矛盾。

定理3　设B是相对约简,则B是广义决策约简的充要条件是任给$x\in U$,若$|\partial_A(x)|>1$则对任意的$y\in[x]_B$,有$\partial_A(y)=\partial_A(x)$。

证明　设B是广义决策约简,若$y\in[x]_B$,有$\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$,根据引理1,$[x]_B\cap[y]_B\neq\varnothing$,这同$y\in$

$[x]_B$ 矛盾,故 $\partial_A(y)=\partial_A(x)$。

反过来,假设存在 $x,y\in U$,当 $\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$ 时,$[x]_B\cap[y]_B=\varnothing$,则$[x]_B=[y]_B$。

1)若$|\partial_A(x)|=1$,$|\partial_A(y)|=1$,则 $x\in POS_A(d)$,$y\in POS_A(d)$,因为 B 是相对约简,从而 $x\in POS_B(d)$,$y\in POS_B(d)$,所以$|\partial_B(x)|=1$,$|\partial_B(y)|=1$,故 $\partial_A(x)=\partial_B(x)$,$\partial_A(y)=\partial_B(y)$,又因为 $\partial_B(x)=\partial_B(y)$,所以 $\partial_A(x)=\partial_A(y)$。这同 $\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$相矛盾。

2)若$|\partial_A(x)|$,$|\partial_A(y)|$中有一个大于 1。无妨设$|\partial_A(x)|>1$,当 $y\in[x]_B$ 时,根据定理的假设条件,$\partial_A(x)=\partial_A(y)$,这同 $\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$矛盾。

由 1),2)和引理 1,B 是广义决策协调集。

若 $C\subset B$,且 C 是广义决策协调集,根据定理 1,C 是相对协调集,这同 B 是相对约简相矛盾。

定理 4 若任给 $x,y\in U$,当$|\partial_A(x)|>1$,$|\partial_A(y)|>1$ 时,有 $\partial_A(x)=\partial_A(y)$,则广义决策约简同相对约简等价。

证明 只须证明 B 是广义决策协调集当且仅当 B 是相对协调集。

由定理 1,必要性显然,现在证明充分性。设 B 是相对协调集,必有 $POS_B(d)=POS_A(d)$。从而 任给 $x\in POS_A(d)$,有 $\partial_A(x)=\partial_B(y)$。若 $x\notin POS_A(d)$,则$|\partial_A(x)|>1$,从而$|\partial_B(x)|>1$,由$[x]_B=\cup_{[y]_A\in \pi[x]_B}[y]_A$ 若 $\partial_B(x)\neq\partial_A(x)$,则必存在 $y\in[x]_B$,使得 $\partial_A(x)\neq\partial_A(y)$,由假设必有$|\partial_A(y)|=1$,故 $y\in POS_A(d)$,但是$|\partial_B(y)|=|\partial_B(x)|>1$,故 $y\notin POS_B(d)$,这同 B 是相对协调集相矛盾。从而 $\partial_B(x)=\partial_A(x)$,故 B 是广义决策协调集。

推论 3 若一个决策表的决策属性只取两个值,则广义决策约简同相对约简是等价的。

证明 对于决策属性只取两个值的决策表,若 $x,y\in U$,有$|\partial_A(x)|>1$,$|\partial_A(y)|>1$,必有 $\partial_A(x)=\partial_A(y)$,从而由定理 4 即得结论。

由定理 1 广义决策约简是相对协调集,故必存在相对约简包含于它,从而可以通过相对约简扩充的办法得到广义决策约简。可以把求出的相对约简作为初始基本集,采用逐步扩充的办法来得到广义决策协调集,而此时,定理 2、定理 3 可以作为初始时,判定相对约简是否是广义约简的依据。所有的广义决策约简可以通过扩充相对约简得到。反过来是不是所有的相对约简都可以通过约简广义决策约简而得到?这一结论是否定的。

例 2 表 2 给出了一个不一致决策表。

容易验证表 2 的所有的相对约简是$\{a_1\}$和$\{a_2,a_3\}$,广义决策约简为$\{a_2,a_3\}$,从而$\{a_1\}$不能通过$\{a_2,a_3\}$约简而来。

推论 4 相对约简的核一定包含于广义决策约简的核。

推论 5 若属性 a 在广义决策约简下是不必要的,则其在相对约简下也一定是不必要的。

表 2 不一致决策表

U	a_1	a_2	a_3	d
x_1	0	1	1	2
x_2	1	0	0	3
x_3	1	0	0	2
x_4	1	1	0	2
x_5	1	1	0	4
x_6	1	0	1	4
x_7	1	0	1	1

3 结论

本文讨论了广义决策约简同相对约简的关系,给出了广义决策约简是相对约简,相对约简是广义决策约简的充要条件,特别的,给出了广义决策约简和相对约简等价的充分条件。

参考文献:

[1] Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.

[2] Jelonek J. Rough Set Reduction of Attributes And Their Domains for Neural Networks[J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2):339-347.

[3] Kryszkiewicz M. Comparative Study of Alternative Type of Knowledge Reduction in Inconsistent Systems[J]. International Jour-

nal of Intelligent Systems, 2001,16:105 - 120.
[4] 张文修,梁 怡,吴伟志. 信息系统与知识发现[M].北京:科学出版社,2003.
[5] 张文修,米拒生,吴伟志.不协调目标信息系统的知识约简[J].计算机学报,2003,26(1):12 - 18.

(编辑:田新华)

Relationships between Generalized Decision Reduction and Relative Reduction

YUAN Xiu - jiu[1], YANG He - jun[2], ZHANG Xiao - shui[1]
(1. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China; 2. Faculty of Science, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: Sufficient and necessary conditions for a generalized decision reduction is a relative reduction and a relative reduction is a generalized reduction are provided. In particular, a decision table in which the decision attribute has only two values is obtained, and its generalized reduction and relative reduction are equivalent. The results make it possible that the relative reduction is found based on generalized reduction and in a certain conditions, the generalized reduction is found based on relative reduction.

Key words: rough set; generalized decision reduction; relative reduction

(上接第7页)

参考文献:

[1] Kaleh G K. Performance Comparison of Frequency - Diversity and Frequency - Hopping Spread - Spectrum Systems[J]. IEEE Trans COM, 1997, 45(8):910 - 912.
[2] Pei D. Frequency - hopping Spread Spectrum Receiver Synchronization Using Real Time Fourier Transform of the Input Signal [J]. Proceedings - IEEE Military Communications Conference, 1984, 1:115 - 119.
[3] 王爱粉,刘 炯,苟彦新. 超短波跳频信号的侦察方案探讨[J]. 空军工程大学学报(自然科学版)2002,3(1):43 - 45.
[4] Du xingmin, Ru Le, Zhang Daokui. Application of the Technology of SOPC in High - Speed Frequency - Hopping Interference System[J]. Proceedings - ICES 2001, (1):135 - 140.
[5] 张贤达. 现代信号处理[M].北京:清华大学出版社,1995.

(编辑:姚树峰)

On the Realization of High - Speed HF Scout Jammer Based Time - Frequency Analysis and SOPC Technology

RU Le, DU Xing - min, YAN Tao, TANG Hong
(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: According to the basic theory of follower jammer, this paper proposes a scheme of High - speed HF jammer based on time - frequency analysis theory. This scheme can be realized in FPGA by SOPC technology. Through the analysis of capability and actual test, it can not only interfere the high - speed HF system at 2000h/s but also identify and follow the high - speed HF system at 1000h/s.

Key words: follower jammer; time - frequency analysis; SOPC; straitix; quartus II