

正交各向异性弹塑性材料拉伸颈缩的数值模拟

张克实

(西北工业大学 工程力学系, 陕西 西安 710072)

摘要:介绍了在乘法分解的基础上对正交各向异性弹塑性材料进行有限变形计算的一种有限元方法,利用该方法考虑不同各向异性状态对正交各向异性材料圆棒试样的拉伸大应变颈缩过程进行了数值模拟。结果表明:(1)材料塑性性质若在不同取向有明显差异,沿不同材料轴向拉伸反映的材料力学性能会有非常大的差别。这种差别在载荷和不同方向的径向颈缩位移上远较在颈部截面面积变化上明显;(2)Hill的正交各向异性塑性理论并没有考虑晶体材料在各个与材料主轴平面有较大夹角的滑移面上容易发生剪切变形,所以不一定适于晶体塑性材料。同时本文研究进一步证实了作者建议的正交各向异性弹塑性有限变形计算方法的合理性。

关键词:正交各向异性;弹塑性;有限变形;有限元方法

中图分类号:O344.3 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2000)03-0001-06

正交各向异性塑性是常见的材料力学性质。Hill给出了描述这类材料塑性屈服行为的屈服条件,这一条件可以看作是各向同性塑性理论的扩展。它易于理解,经常被用于描述材料变形和损伤的各向异性性质。但对Hill正交各向异性塑性理论的应用大都限于小变形情形,原因是实际计算上考虑弹塑性大变形有一定困难,同时理论上的不完备和人们对材料的各向异性非弹性大变形机理的认识还不充分也是重要的原因。为了探讨各向异性的弹塑性有限变形分析方法,本文作者及其合作者曾在文献[1~3]的基础上采用乘法分解概念对正交各向异性弹性混合硬化模型的计算进行过研究,建议了一种基于乘法分解的正交各向异性弹塑性有限变形分析的有限元计算格式^[4]。本文拟对正交各向异性弹塑性材料光滑圆棒拉伸试样的颈缩过程进行有限元数值模拟分析,一方面是进一步的验证,另一方面也是对正交各向异性弹塑性材料有限变形特点的初步研究。

1 正交各向异性塑性的 Hill 屈服条件

Hill的正交各向异性塑性屈服条件^[5]可以写为

$$f_y = \frac{1}{2} [N_3(s_{11} - s_{22})^2 + N_1(s_{22} - s_{33})^2 + N_2(s_{33} - s_{11})^2 + 2N_4s_{12}^2 + 2N_5s_{13}^2 + 2N_6s_{23}^2] - \frac{1}{3}\sigma_y^2 = 0 \quad (1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{3} \left(-\frac{\sigma_y^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} + \frac{\sigma_y^2}{Z^2} \right), & N_2 &= \frac{1}{3} \left(\frac{\sigma_y^2}{X^2} - \frac{\sigma_y^2}{Y^2} + \frac{\sigma_y^2}{Z^2} \right), & N_3 &= \frac{1}{3} \left(\frac{\sigma_y^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} - \frac{\sigma_y^2}{Z^2} \right), \\ N_4 &= \frac{\sigma_y^2}{3Y_{12}^2}, & N_5 &= \frac{\sigma_y^2}{3Y_{13}^2}, & N_6 &= \frac{\sigma_y^2}{3Y_{23}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

X, Y, Z, Y_{12}, Y_{13} 和 Y_{23} 分别是材料主轴方向单轴拉伸屈服应力和材料主轴平面剪切屈服应力。 σ_y 是参考屈服应力,由下式确定

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (X^2 + Y^2 + Z^2) + Y_{12}^2 + Y_{13}^2 + Y_{23}^2 \right]} \quad (3)$$

收稿日期:2000-01-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(19972055)

作者简介:张克实(1954-),男,广西桂林人,教授,博士生导师,主要从事损伤力学研究。

2 变形分解与应力计算

按 E. H. Lee^[3]提出材料中粒子的中介构形(即从当前构形卸掉粒子周围当前约束而对应于零应力的构形)的概念,物质变形梯度 F 可分解为

$$F = F^E F^P \quad (4)$$

定义“修正”塑性速度梯度张量

$$\bar{L}^P = F^P (F^P)^{-1} \quad (5)$$

定义“修正”塑性伸长率张量

$$\bar{D}^P = \frac{1}{2} [\bar{L}^P + ((\bar{L}^P)^T)] \quad (6)$$

\bar{D}^P 可以认为是扣除转动影响后的塑性变形率。

定义“修正”塑性旋率张量

$$\bar{W}^P = \frac{1}{2} [\bar{L}^P - ((\bar{L}^P)^T)] \quad (7)$$

假设材料微元的塑性旋率的影响很小,并近似为零^[6],即有

$$\bar{W}^P = 0, \quad \bar{L}^P = \bar{D}^P \quad (8)$$

于是在 $t, t+\Delta t$ 的时间间隔, F^P 和 F^E 可通过下式求得

$${}^{t+\Delta t}F^P = \exp\left(\int_t^{t+\Delta t} \bar{D}^P dt\right) F^P, \quad {}^{t+\Delta t}F^E = {}^{t+\Delta t}F^P {}^tF^P{}^{-1} \quad (9)$$

定义弹性 Hencky 应变张量

$$E^E = \ln U^E \quad (10)$$

U^E 由极分解 $F^E = R^E U^E$ 唯一确定。 E^E 可以认为是扣除了纯转动 R^E 的弹性应变张量。

$$E_M^E = T R^E E^E R^{E^T} T^T \quad (11)$$

式中 T 是从当前坐标系到材料主轴坐标系的坐标变换矩阵。令 $T' = T R^E$ (12)

则 $E_M^E = T' E^E T'^T$ (13)

在各向异性情形下,对应于材料主轴坐标系的 Cauchy 应力张量 σ_M 可用下式求得

$$\sigma_M = C E_M^E \quad (14)$$

式中 C 是对应于材料主轴坐标系的四阶各向异性弹性本构张量。

在当前构型下 Cauchy 应力 σ 与当前构形材料主轴坐标系下应力 σ_M 的关系为

$$\sigma_M = T \sigma T^T \text{ 或 } \sigma = T^T \sigma_M T \quad (15)$$

以上便是利用乘法分解求解弹塑性问题的基本思路。这一算法的关键是如何求得 ${}^{t+\Delta t}F^P$, 除了变形分解外,求解 ${}^{t+\Delta t}F^P$ 的工作主要在塑性流动计算上。

3 正交各向异性塑性流动及增量计算

为与计算过程的表达一致,以下用向量和矩阵来建立相应的关系。

Hill 的正交各向异性塑性屈服条件可写为

$$f = s_M^T N s_M' - \frac{2}{3} \sigma_y^2 = 0 \quad (16)$$

式中 N 是正交各向异性矩阵

$$N = \begin{bmatrix} N_3 + N_2 & -N_3 & -N_2 & 0 & 0 & 0 \\ & N_3 + N_1 & -N_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & N_2 + N_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & N_4 & 0 & 0 \\ & SYM & & & N_5 & 0 \\ & & & & & N_6 \end{bmatrix} \quad (17)$$

s_M 是材料主轴坐标系下 Cauchy 应力 σ_M 的偏量构成的向量, 而 s'_M 与 s_M 不同在于 s'_M 含两倍的剪应力项。

由正交流动法则, 材料主轴坐标系下物质微元的增量流动规律按隐式算法可写为

$$\Delta e_M^p = \Delta \lambda^{t+\Delta t} N^{t+\Delta t} s_M \quad (18)$$

$$\Delta \lambda = \frac{3}{2} \frac{\Delta \bar{e}^p}{{}^{t+\Delta t} \bar{\sigma}} \quad (19)$$

Δe_M^p 代表材料主轴坐标系下 t 到 $t+\Delta t$ 时刻的塑性变形增量向量, $\bar{\sigma}$ 和 $\Delta \bar{e}^p$ 分别称为等效应力和等效塑性应变增量。 $\bar{\sigma}$ 由下式定义

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_M^T N s'_M} \quad (20)$$

$\Delta \bar{e}^p$ 由下式求得

$$\Delta \bar{e}^p = \left[\frac{2}{3} (b^T {}^{t+\Delta t} N^{-1} b + 2 b'^T {}^{t+\Delta t} N''^{-1} b') \right]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$b = \begin{Bmatrix} \Delta e_{M1}^p - \Delta e_{M3}^p \\ \Delta e_{M2}^p - \Delta e_{M3}^p \end{Bmatrix}, \quad b' = (\Delta e_{M12}^p, \Delta e_{M13}^p, \Delta e_{M23}^p)^T$$

$$N^{-1} = \frac{1}{\delta} \begin{bmatrix} 4N_1 + N_2 + N_3 & -2N_1 - 2N_2 + N_3 \\ -2N_1 - 2N_2 + N_3 & N_1 + 4N_2 + N_3 \end{bmatrix} \quad N''^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N_4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/N_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/N_6 \end{bmatrix}$$

$$\delta = (N_1 + 4N_2 + N_3)(4N_1 + N_2 + N_3) - (2N_1 + 2N_2 - N_3)^2$$

当退化到各向同性时, $\Delta \bar{e}^p$ 退化为 $\Delta \bar{e}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta e^p{}^T \Delta e^p}$ 。

考虑到式(16)和(19), 式(18)可写为

$$\Delta e_M^p = \frac{3}{2} \Delta \bar{e}^p \frac{{}^{t+\Delta t} N^{t+\Delta t} s_M}{{}^{t+\Delta t} \sigma_y} \quad (22)$$

等向硬化规律的增量描述由下式给出

$$\Delta \sigma_y = h \Delta \bar{e}^p \quad (23)$$

式中 h 是等效应力 $\bar{\sigma}$ 等效对数塑性应变曲线 \bar{e}^p 的斜率。

弹性应力应变关系为

$${}^{t+\Delta t} s_M = {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E {}^{t+\Delta t} e_M^E \quad (24)$$

式中 ${}^{t+\Delta t} \bar{C}^E$ 是 $t+\Delta t$ 时刻对应于材料主轴坐标系下偏应力与应变关系的四阶正交各向异性弹性本构张量构成的矩阵(含两倍剪切项)。 ${}^{t+\Delta t} e_M^E$ 是相应的弹性应变张量构成的向量。

在材料主轴坐标系下

$${}^{t+\Delta t} e_M^E = e_{M^*} - \Delta e_M^p \quad (25)$$

e_{M^*} 是试探应变张量构成的向量, Δe_M^p 是塑性增量应变张量构成的向量。

考虑到式(25), 在正交各向异性情形, 式(24)可写作

$${}^{t+\Delta t} s_M = {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E e_{M^*} - \Delta e_M^p \quad (26)$$

$$\text{令} \quad s_* = {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E e_{M^*} \quad (27)$$

$$\text{则} \quad S_* = {}^{t+\Delta t} s_M + {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E \Delta e_M^p \quad (28)$$

$$\text{于是可推得} \quad s_* = {}^{t+\Delta t} s_M + \frac{3}{2} \frac{\Delta \bar{e}^p}{{}^{t+\Delta t} \sigma_y} {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E {}^{t+\Delta t} N {}^{t+\Delta t} s_M \quad (29)$$

$$\text{即} \quad \left(I + \frac{3}{2} \frac{\Delta \bar{e}^p}{{}^{t+\Delta t} \sigma_y} {}^{t+\Delta t} \bar{C}^E {}^{t+\Delta t} N \right) t + \Delta t s_M = s_* \quad (30)$$

$$\text{注意到恒等式} \quad \text{tr} {}^{t+\Delta t} s_M \equiv 0 \quad (31)$$

知 ${}^{t+\Delta t} s_M$ 的六个分量是线性相关的, 此时可补充式(31)以从式(30)求得 ${}^{t+\Delta t} s_M$ 。

由屈服条件式(16), 可写出 $t+\Delta t$ 时刻应力和应变必须要满足的屈服面方程

$$f = {}^{t+\Delta t} s_M^T ({}^{t+\Delta t} N {}^{t+\Delta t} s'_M) \frac{2}{3} {}^{t+\Delta t} \sigma_y^2 = 0 \quad (32)$$

若增量等效塑性应变 $\Delta \bar{e}^p$ 已知, 利用等效应变等效应力试验曲线可求得 $t+\Delta t$ 时刻等效应力

$${}^{t+\Delta t}\bar{\sigma} + \Delta\bar{\sigma} = \sigma_y({}^{t+\Delta t}\bar{e}^p) = \sigma_y({}^t\bar{e}^p + \Delta\bar{e}^p) \quad (33)$$

假定一个 $\Delta\bar{e}^p$ 的值,利用式(27)、(30)和(31)可求得屈服函数 f ,从而 $\Delta\bar{e}^p$ 的真实值可通过对式(32)求根得到。只要求得增量等效塑性应变 $\Delta\bar{e}^p$,就可利用式(30)、(31)和(22)求得 Δe_M ,从而求得所有的参量。

4 弹塑性切线矩阵

有限元计算需要 t 到 $t+\Delta t$ 时刻内以下形式的增量应力应变关系

$$\Delta\sigma = C^{Ep}\Delta e \quad (34)$$

式中 $\Delta\sigma$ 和 Δe 分别是增量应力向量和增量应变向量,而 C^{Ep} 是由四阶张量改写成的矩阵,称为弹塑性切线矩阵,可用矩阵 C_{ij}^{Ep} 来表示。求算 C^{Ep} 是非线性有限元计算的关键。

相对于材料主轴坐标系,式(34)可写作

$$\Delta\sigma_M = C_M^{Ep}\Delta e_M \quad (35)$$

由材料塑性不可压缩和式(25),可有

$$\Delta e_M = e_M^* - {}^t e_M^E \quad (36)$$

于是,近似地

$$C_{Mij}^{Ep} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta\sigma_{Mi}}{\Delta e_{Mj}} \approx \frac{\partial\sigma_{Mi}}{\partial e_{Mj}} \quad (37)$$

略去推导步骤,可得适合于正交各向异性弹塑性材料在任意 $\tau=t$ 时刻的弹塑性切线矩阵

$$C_{Mij}^{Ep} = \frac{\partial\sigma_{Mi}}{\partial e_{Mj}} = \bar{C}_{ij}^E - \frac{\bar{C}_{ik}^E N_{kj} {}^t s_{Mq} \bar{C}_{ij}^E N_{rs} {}^t s'_{Ms}}{9 {}^t\sigma^2 h + \bar{C}_{ik}^E N_{kl} {}^t s_{Ml} {}^t N_{rs} {}^t s'_{Ms}} \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (38)$$

由上式作旋转变换便可得相对于整体坐标系的 C^{Ep} ,且上述退化到各向同性情形是常用的山田嘉昭公式。

5 正交各向异性弹塑性材料光滑试样拉伸颈缩的数值模拟

5.1 材料等效力应变曲线与各向异性状态

主要考虑材料的各向异性性质,为此设材料的弹性性质为各向同性(本文方法适用于正交各向异性弹性和塑性性质,采用这一假设只是为了分析简单),同时为讨论简单起见设初始材料主轴与整体坐标轴重合。取杨氏模量 $E=200\text{GPa}$ 、泊松比 $\nu=0.3$,材料等效应力应变曲线如图1所示。

考虑三种材料状态:

- (1) $\frac{X^2}{\sigma_y^2} = \frac{3}{2}, \frac{Y^2}{\sigma_y^2} = \frac{Z^2}{\sigma_y^2} = \frac{3}{4}, \frac{Y_{12}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{13}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{23}^2}{\sigma_y^2} = \frac{1}{3}$, 即 $N_1 = \frac{2}{3}, N_2 = N_3 = \frac{2}{9}, N_4 = N_5 = N_6 = 1$
- (2) $\frac{X^2}{\sigma_y^2} = \frac{110}{100}, \frac{Y^2}{\sigma_y^2} = \frac{Z^2}{\sigma_y^2} = \frac{95}{100}, \frac{Y_{12}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{13}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{23}^2}{\sigma_y^2} = \frac{1}{3}$, 即 $N_1 = \frac{250}{627}, N_2 = N_3 = \frac{10}{33}, N_4 = N_5 = N_6 = 1$
- (3) $\frac{X^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y^2}{\sigma_y^2} = \frac{Z^2}{\sigma_y^2} = \frac{3}{2}, \frac{Y_{12}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{13}^2}{\sigma_y^2} = \frac{Y_{23}^2}{\sigma_y^2} = \frac{1}{6}$, 即 $N_1 = N_2 = N_3 = \frac{2}{9}, N_4 = N_5 = N_6 = 2$

第一种状态是材料在 x 轴向较 y 和 z 轴向有较大的屈服应力, y 和 z 轴向屈服应力相同,而三个主坐标轴平面的剪切屈服应力相同,这种情形代表材料较强的正交各向异性塑性。针对这种状态考虑两种情形进行了计算,沿 z 轴方向(较软方向)和 x 轴方向拉伸(较硬方向)。第二种状态与第一种类似,但材料的各向异性要微弱得多,这种情形代表材料较弱的正交各向异性塑性。同样也考虑与上面相同的两种拉伸方向进行了计算。第三种状态是材料在 x 、 y 和 z 轴向的屈服应力分别相等,三个主轴坐标轴平面的剪切屈服应力也分别相等,但不同于各向同性,因轴向屈服应力增高而剪切屈服应力降低,这种情形代表材料在某些方向较容易发生剪切变形(注意与晶体滑移情形不同,晶体主滑移面一般不是主轴平面)。除这三种状态外,为进行比较也考虑了各向同性的状态。

5.2 有限元网格与边界条件

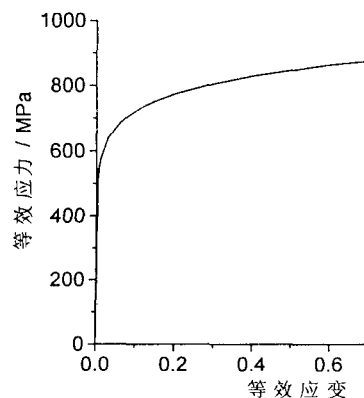


图1 材料等效应力应变曲线

计算模型长 30mm, 半径 5mm. 有限元网格的划分见图 2(含 120 个 20 节点三维固体等参元, 共 725 个节点). 为简化起见, 模型仅取了试样的一半; 计算时考虑圆棒的两端沿径向受有刚性约束, 并且一端在轴向被固定, 另一端受拉伸. 模拟拉伸位移每次计算都相同, 均为 8mm.

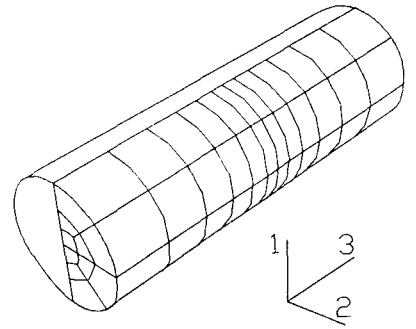


图 2 计算模型的有限元网格

5.3 数值模拟计算结果

计算所得拉伸位移—载荷曲线见图 3. 结果表明由于材料塑性性质若在不同取向有明显差异, 沿不同材料轴向拉伸反映的材料力学性能会有非常大的差别. 例如对第一种状态两种方向的拉伸载荷在相同位移下可相差 30% 以上, 对各向异性较弱的第二种状态两种方向的拉伸载荷差别也接近 10%. 对前两种状态而言, 沿较硬方向(即 x 轴方向)的拉伸载荷高于各向同性状态时的载荷, 反之低于各向同性状态时的载荷. 对第三种状态的计算表明: 在拉伸颈缩之前, 材料的拉伸性能与第一种状态沿较硬的轴向(x 轴方向)拉伸情形基本一致(此时两种状态的拉伸抗力相同); 在拉伸颈缩之后, 第三种状态的载荷较第一种状态的有明显的下降. 导致这种结果的原因是颈缩之前沿径向的剪应力很小, 处于第三种状态的材料抗剪切能力低下还未能反映出来; 颈缩后材料变形的局部化使得试件径向的剪应力增大, 从而导致载荷有更快的下降. 值得注意, Hill 的正交各向异性理论并没有考虑到一些材料不是在材料主轴平面较容易发生剪切变形, 例如晶体材料是在各个与材料主轴平面有较大夹角的滑移面上容易发生剪切变形, 所以这种理论一般不适于晶体塑性材料.

计算所得拉伸—颈缩位移曲线见图 4. 它亦表明, 材料的塑性各向异性导致颈缩变形与拉伸方向有很大关系, 若试样横截面为面内各向同性, 试样的径向颈缩在周向是相同的; 若试样横截面面内呈各向异性, 则颈部沿材料较硬方向颈缩较小, 沿较软方向颈缩较大. 图 5 是第一种材料状态下沿较软方向拉伸所得的变形网格, 它形象地描述了试样的颈缩变形. 图 6 是计算所得拉伸位移—颈部横截面面积变化曲线, 结果表明在材料等效应力—等效应变曲线相同时, 材料的各向异性塑性可以导致拉伸载荷和半径颈缩的很大差异, 但颈部

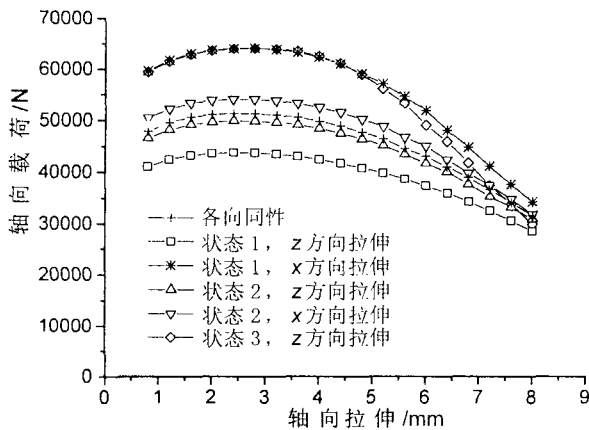


图 3 模拟计算轴向拉伸位移—载荷曲线

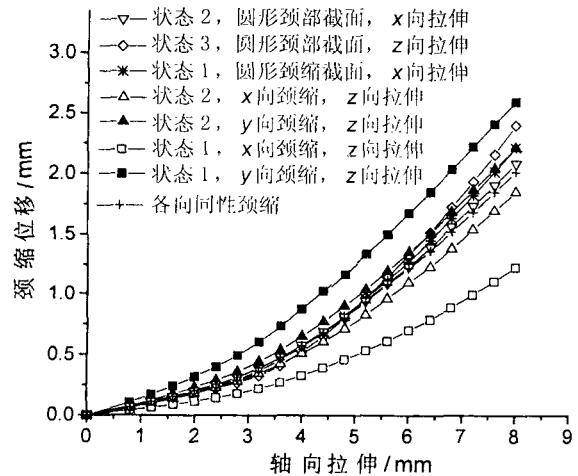


图 4 模拟计算轴向拉伸位移—颈缩位移曲线

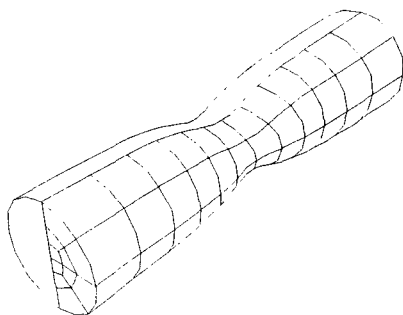


图 5 对应于状态 1、 z 轴方向拉伸的拉伸颈缩变形网格

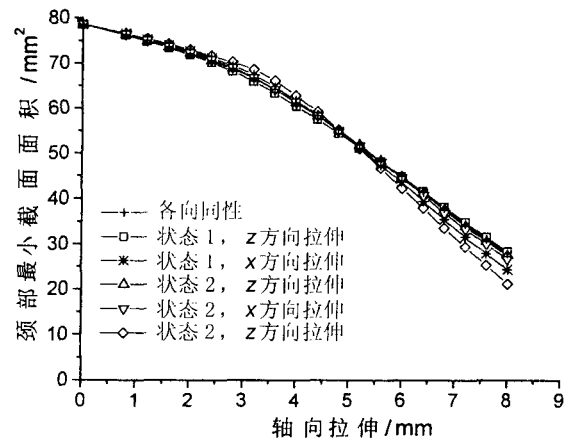


图 6 模拟计算轴向拉伸位移—颈部截面积变化曲线

截面面积的变化并没有那么大的差别。这从一个侧面预示试样颈部的应力分布是非常不均匀的(另文探讨)。

6 结论

(1)材料塑性性质若在不同取向有明显差异,沿不同材料轴向拉伸反映的材料力学性能会有非常大的差别。这种差别在载荷和不同方向的颈缩位移上非常明显,在颈部截面面积的变化上没有这样明显。

(2)Hill的正交各向异性理论并没有考虑到晶体材料在各个与材料主轴平面有较大夹角的滑移面上容易发生剪切变形,所以不一定适用于晶体塑性材料。

(3)文献提出的方法及其相应程序是有效的,具有很好的计算收敛性和稳定性。需要指出,各向异性塑性是金属材料的普遍性质,对其进行深入研究极有必要。在细观尺度,金属粒子一般都应看作是晶体。如前所述,晶体的各向异性简单用Hill正交各向异性理论来描述是不太合理的,这一点文献[7]亦有过讨论。

致谢 本文作者在研究中曾与沈阳606研究所杨士杰研究员、周柏卓研究员进行过有益的讨论,并得到他们的热诚支持,在此谨表感谢。同时也诚挚感谢空军工程大学科研部对本文研究的支持。

参 考 文 献

- [1] Gabriel G, Bathe KJ. Some computational issues in large strain elasto-plastic analysis[J]. Computers and Structures, 1995, 56: 249 - 267.
- [2] Kojic M, Grujovic N, Slavkovic R, et al. A General Orthotropic von Mises Plasticity Material Model With Mixed Hardening: Model Definition and Implicit Stress Integration Procedure[J]. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 1996, 63: 376 - 382.
- [3] Lee E H. Elastic-Plastic Deformation at Finite Strains[J]. Appl Mech, 1969, 36: 1 - 6.
- [4] 张克实, 张光, 冯露. 正交各向异性弹塑性有限变形的应力应变计算方法[A]. 见: 吕国志. 疲劳与断裂(上册)[C]. 北京: 航空工业出版社, 1998. 94 - 99.
- [5] Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity[M]. London: Oxford University Press, 1950.
- [6] 黄克智, 黄永刚. 固体本构关系[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [7] 周柏卓. 各向异性高温涡轮叶片材料本构关系研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1999.

On Finite Orthotropic Elastic-Plastic Necking Deformation of a Round Bar

ZHANG Ke-shi

(Dept. of Applied Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The major aim of this paper is the research of finite deformation of orthotropic elastic-plasticity for a round bar under tension. Meanwhile, on the basis of multiplicative decomposition concept, a finite element method suitable to calculating the finite orthotropic elastic-plastic deformation has been suggested. The simulated results of the orthotropic finite plastic deformation of a bar made of orthotropic plastic material under large strain tension show the shape of the necking section of the bar is elliptic, and there are very evident differences in mechanical behavior and in different directional necking deformation when the tension is in different orientation.

Key words: orthotropy; plasticity; finite deformation; finite element method